

Estructura Intelectual y Conceptual de los Métodos para Sistemas de Ecuaciones No Lineales: Un Estudio Bibliométrico (2004-2025)

Intellectual and Conceptual Structure of Methods for Nonlinear Systems of Equations: A Bibliometric Study (2004–2025)

Julio Cesar Villavicencio Mera, Rayner Reynaldo Ricaurte Párraga & José Antonio Castillo Cárdenas

PUNTO CIENCIA.

julio - diciembre, V°6 - N°2; 2025

Recibido: 30-10-2025

Aceptado: 12-11-2025

Publicado: 13-11-2025

PAIS

- Ecuador, Milagro
- Ecuador, Milagro
- Ecuador, Milagro

INSTITUCION

- Universidad Estatal de Milagro
- Universidad Estatal de Milagro
- Investigador Independiente

CORREO:

- ✉ jvillavicenciom@unemi.edu.ec
- ✉ rricaurtep@unemi.edu.ec
- ✉ joancast@icloud.com

ORCID:

- 🌐 <https://orcid.org/0009-0006-0822-1686>
- 🌐 <https://orcid.org/0009-0004-4025-0087>
- 🌐 <https://orcid.org/0009-0001-4599-4251>

FORMATO DE CITA APA.

Villavicencio, J., Ricaurte, R. & Castillo, J. (2025). Estructura Intelectual y Conceptual de los Métodos para Sistemas de Ecuaciones No Lineales: Un Estudio Bibliométrico (2004-2025). *Revista G-ner@ndo*, V°6 (N°2). Pág. 2796 – 2811.

Resumen

Este estudio presenta un análisis bibliométrico de la investigación sobre métodos para resolver sistemas de ecuaciones no lineales, utilizando registros de Web of Science entre 2004 y 2025. Se recuperaron y depuraron los metadatos y se analizaron con Biblioshiny, cuantificando productividad anual, fuentes, autores y países; además, se efectuaron análisis de co-ocurrencia de palabras clave y estructura conceptual. Los resultados muestran (i) crecimiento sostenido de la producción con un pico de 43 artículos en 2020; (ii) liderazgo de revistas de control y dinámica no lineal (p. ej., IEEE Transactions on Automatic Control, Nonlinear Dynamics) y fuerte contribución de China, seguida por Estados Unidos e Irán; y (iii) una estructura conceptual dominada por clústeres en control adaptativo/rastreo, sincronización y consenso en sistemas multiagente, y estabilidad/estabilización en sistemas no lineales. La estructura intelectual se apoya en trabajos seminales y revisiones sobre reducción de modelos no lineales e hiper-reducción, métodos exactos y esquemas numéricos eficientes. Este mapeo ofrece una visión integrada de los pilares teóricos y las líneas emergentes, aportando una base objetiva para orientar futuras investigaciones y colaboraciones.

Palabras clave: Sistemas no lineales; control adaptativo; sincronización; análisis bibliométrico.

Abstract

This study presents a bibliometric analysis of research on methods for solving nonlinear systems of equations, using records from the Web of Science database between 2004 and 2025. Metadata were retrieved, cleaned, and analyzed with Biblioshiny, quantifying annual productivity, sources, authors, and countries; additionally, keyword co-occurrence and conceptual structure analyses were performed. The results reveal (i) sustained growth in scientific output, peaking at 43 articles in 2020; (ii) the prominence of journals in control and nonlinear dynamics (e.g., IEEE Transactions on Automatic Control, Nonlinear Dynamics), and strong contributions from China, followed by the United States and Iran; and (iii) a conceptual structure dominated by clusters related to adaptive control/tracking, synchronization and consensus in multi-agent systems, and stability/stabilization of nonlinear systems. The intellectual structure is supported by seminal works and reviews on nonlinear model reduction and hyper-reduction, exact methods, and efficient numerical schemes. This mapping provides an integrated view of the theoretical foundations and emerging research directions, offering an objective basis for guiding future investigations and collaborations.

Keywords: Nonlinear systems; adaptive control; synchronization; bibliometric analysis.

Introducción

Los sistemas de ecuaciones no lineales constituyen un componente central en el modelado de fenómenos complejos en ingeniería, dinámica de estructuras, física computacional, sistemas multiagente y control automático. Su resolución requiere enfoques que combinen teoría matemática sólida, métodos numéricos eficientes y estrategias avanzadas de control, especialmente debido a comportamientos como acoplamientos dinámicos, inestabilidades, bifurcaciones o respuestas dependientes del estado. Durante la última década, las áreas de reducción y hiper-reducción de modelos no lineales han experimentado un avance significativo, impulsado por la necesidad de simular sistemas de gran escala con alta fidelidad computacional (Touzé, Vizzaccaro & Thomas, 2021; Bhattacharyya et al., 2025).

En paralelo, se han desarrollado enfoques analíticos como el Simple Equations Method (SEsM), que ha demostrado ser una herramienta eficaz para obtener soluciones exactas de ecuaciones diferenciales no lineales en diversos contextos aplicados (Vitanov, 2022). A estos avances se suman soluciones numéricas orientadas a modelos energéticos y sistemas complejos, como los métodos para ecuaciones del tipo Cahn–Hilliard (Tierra & Guillén-González, 2015), y esquemas iterativos generalizados de alto orden, que buscan mejorar la eficiencia y robustez en problemas no lineales multidimensionales (Bate et al., 2024; Shams et al., 2023).

Por su parte, la teoría de control no lineal continúa evolucionando a partir de contribuciones que han marcado la disciplina. Trabajos influyentes como Zhang (2012), Wu (2009), Liu (2013) y Tong (2015) sentaron bases fundamentales en estabilidad, backstepping, control adaptativo y aproximaciones difusas para sistemas inciertos. De igual manera, las líneas contemporáneas relacionadas con sincronización, consenso y sistemas multiagente han adquirido una importancia creciente, con aportes recientes que destacan por su rigor y aplicabilidad (Sun et al., 2020; Zhao, Wen & Song, 2022).

A pesar de esta producción científica extensa y diversa, no existía hasta ahora una síntesis bibliométrica integral que permitiera identificar la estructura conceptual del campo, sus líneas dominantes, los autores más influyentes y los pilares intelectuales que lo sustentan. Las revisiones existentes son temáticas o se enfocan en subáreas específicas (p. ej., reducción de modelos, métodos exactos, control adaptativo), pero no integran la evolución global del dominio ni su comportamiento longitudinal.

En este contexto, el presente estudio tiene como objetivo mapear la dinámica científica, la estructura conceptual y la base intelectual de la investigación en métodos para resolver sistemas de ecuaciones no lineales entre 2004 y 2025, utilizando datos de Web of Science y técnicas bibliométricas avanzadas. Con ello se busca proporcionar una visión unificada que oriente futuras investigaciones y permita comprender las tendencias actuales y emergentes del campo.

Métodos y Materiales

Este estudio se desarrolló mediante un diseño bibliométrico descriptivo y relacional, con el propósito de caracterizar la evolución, estructura conceptual y pilares intelectuales de la investigación sobre métodos para resolver sistemas de ecuaciones no lineales. Se aplicaron indicadores de productividad, colaboración, co-ocurrencia de palabras clave y análisis de documentos más citados, siguiendo las prácticas estándar del análisis científico de información.

Fuente de datos y criterios de selección

Los datos se obtuvieron de la base Web of Science Core Collection (WoS-CC), que ofrece cobertura consolidada en ingeniería, matemática aplicada y sistemas dinámicos. Se definió como ventana temporal el periodo 2004–2025, con el fin de capturar la evolución reciente del campo y sus líneas de consolidación.

La búsqueda se realizó mediante el operador Topic Search (TS), el cual incluye términos presentes en el título, resumen, palabras clave del autor y Keywords Plus. Se seleccionaron documentos clasificados como artículos y reviews dentro de las áreas de matemáticas aplicadas, ingeniería, control automático, ciencias computacionales y afines.

Los criterios de exclusión fueron: documentos duplicados, registros incompletos, artículos no pertinentes al dominio temático y publicaciones sin información suficiente para análisis relacional. Tras la depuración, el corpus final estuvo compuesto por 500 documentos.

Caracterización del corpus bibliométrico

Para garantizar la transparencia y reproducibilidad del análisis, se presenta una síntesis del corpus en la Tabla 1, la cual resume las principales métricas descriptivas obtenidas de la exportación de WoS procesada en Biblioshiny.

Los datos indican que el conjunto final incluye 500 documentos publicados en 217 fuentes diferentes, con un crecimiento anual promedio del 4.57%, una edad documental promedio de 8.85 años y un promedio de 24.96 citas por artículo. En total, participaron 1,200 autores, con 2.83 coautores por documento. Durante el proceso de depuración se identificó que la base exportada desde Web of Science no contenía información completa sobre los países de afiliación de todos los autores, lo cual impide calcular de manera fiable la coautoría internacional. Por esta razón, no se reporta colaboración internacional, evitando conclusiones erróneas derivadas de metadatos incompletos.

En cuanto a la composición temática, se identificaron 647 Keywords Plus y 1374 Author Keywords, reflejando una alta diversidad terminológica. El conjunto está dominado por artículos completos (480), complementados con contribuciones en early access, proceedings papers y cartas.

Tabla 1. Información general del conjunto de datos analizado (2004–2025).

Descripción	Resultados
MAIN INFORMATION ABOUT DATA	
Timespan	2004–2025
Sources (Journals, Books, etc.)	217
Documents	500
Annual Growth Rate %	4.57%
Document Average Age	8.85
Average citations per doc	24.96
References	11,505
DOCUMENT CONTENTS	
Keywords Plus (ID)	647
Author's Keywords (DE)	1,374
AUTHORS	
Authors	1,200
Authors of single-authored docs	52
AUTHORS COLLABORATION	
Single-authored docs	57
Co-authors per Doc	2.83
International co-au	

Procesamiento y normalización de datos

Los metadatos fueron procesados mediante Biblioshiny, la interfaz gráfica del paquete bibliometrix en R. Se realizaron las siguientes operaciones:

- Estandarización de nombres de autores, instituciones y países;
- Normalización de palabras clave (singular/plural y fusiones semánticas);
- Eliminación de duplicados y registros inconsistentes;
- Integración de Author Keywords y Keywords Plus para análisis de co-ocurrencia;
- Verificación de campos esenciales (año, fuente, DOI, país, palabras clave).

Estas acciones aseguran la consistencia estructural del conjunto de datos para los análisis posteriores.

El análisis bibliométrico se desarrolló en cuatro dimensiones principales:

a) Productividad y visibilidad

Conteo anual de publicaciones, fuentes más productivas, autores influyentes, citas por documento y países con mayor producción científica.

b) Colaboración

Índices de coautoría, densidad de colaboración y análisis básico de la participación nacional.

c) Estructura conceptual

Red de co-ocurrencia de palabras clave, análisis de centralidad (PageRank, betweenness, closeness), clústeres y mapa temáticos (densidad vs. centralidad).

d) Estructura intelectual

Identificación de los documentos seminales más influyentes en el campo mediante el indicador de citas globales.

Software y reproducibilidad

El procesamiento y análisis de los datos se realizaron utilizando Biblioshiny, la interfaz gráfica del paquete bibliometrix en R, lo que permitió aplicar de forma integrada los procedimientos de normalización, depuración y análisis de redes. La exportación inicial desde Web of Science se efectuó en formato Full Record and Cited References, y posteriormente los

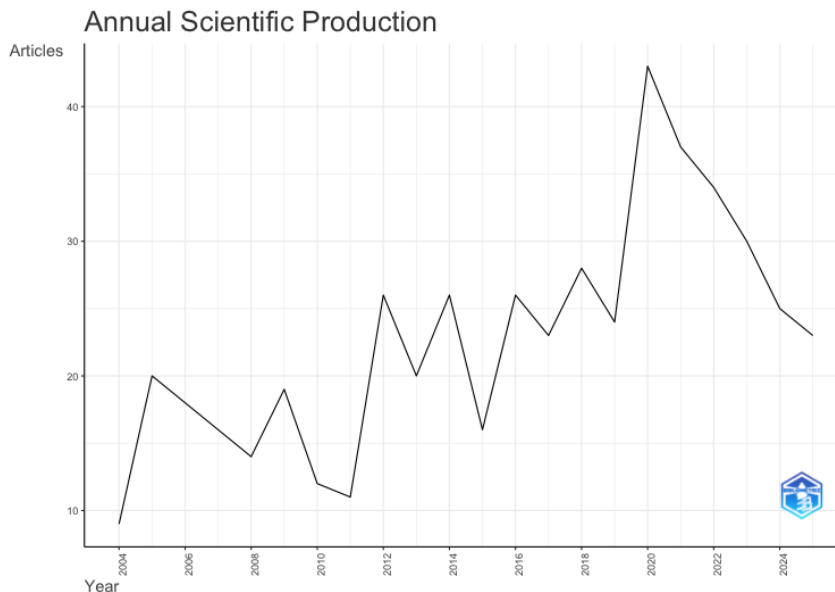
metadatos fueron gestionados en RStudio para generar indicadores de productividad, coautoría, estructuras conceptuales e intelectuales.

Análisis de Resultados

Productividad científica

La evolución temporal de las publicaciones (Figura 1) muestra un crecimiento sostenido entre 2004 y 2020, alcanzando un máximo de 43 artículos en 2020. Después de ese año, la producción se estabiliza con ligeros descensos, lo que sugiere madurez temática y consolidación del campo.

Figura 1. Producción anual de publicaciones sobre métodos para resolver sistemas no lineales (2004–2025).



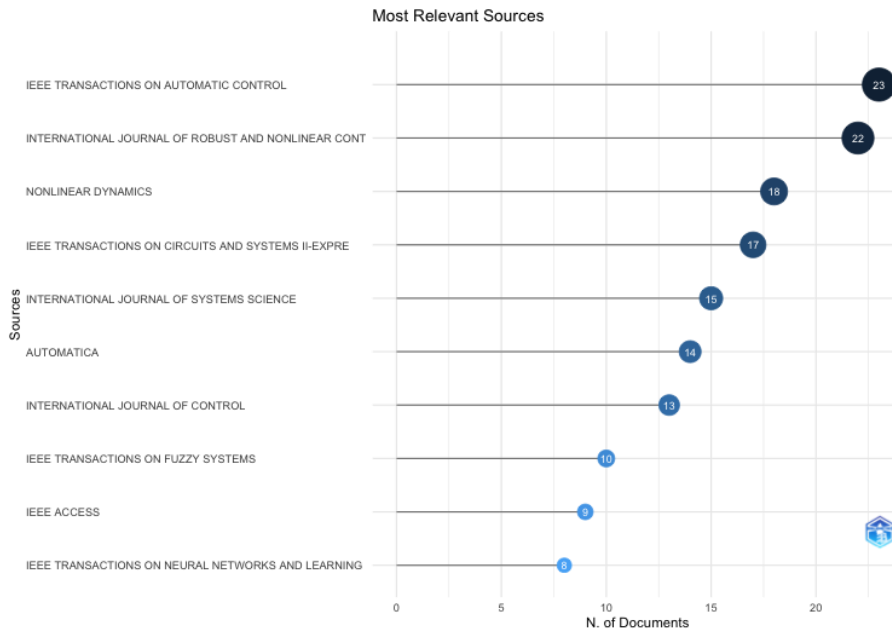
Fuente: Elaboración propia con datos Web of Science en Biblioshiny.

Revistas y autores más productivos

En la Figura 2 se presentan las revistas con mayor número de publicaciones, destacando IEEE Transactions on Automatic Control, International Journal of Robust and Nonlinear Control

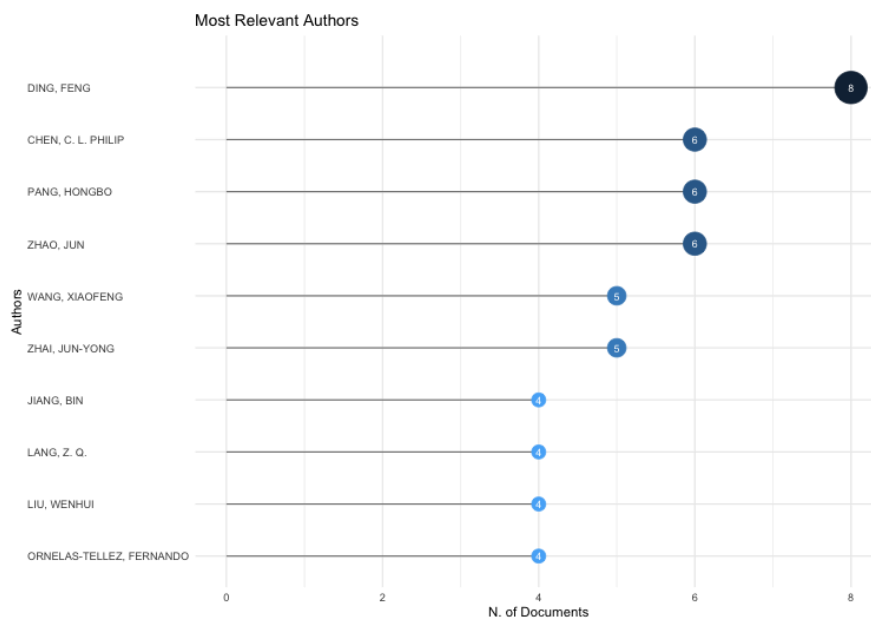
y Nonlinear Dynamics como fuentes principales. Esto indica una fuerte orientación del campo hacia el control no lineal y las matemáticas aplicadas.

Figura 2. *Revistas con mayor número de artículos publicados en el dominio analizado.*



Fuente: Elaboración propia con datos Web of Science en Biblioshiny.

Figura 3. *Autores con mayor productividad científica en el periodo (2004–2025).*



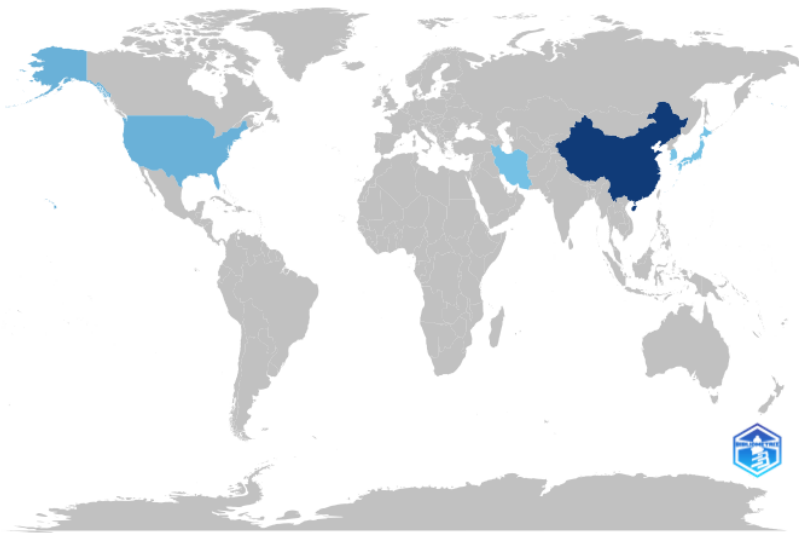
Fuente: Elaboración propia con datos Web of Science en Biblioshiny.

Análisis por países

La distribución por países (Figura 4) confirma el liderazgo de China, seguida por Estados Unidos, Irán y Japón. La red de colaboración (Figura 5) muestra que China funciona como nodo central conectando diversos países.

Figura 4. *Producción científica por países en el dominio analizado.*

Country Scientific Production

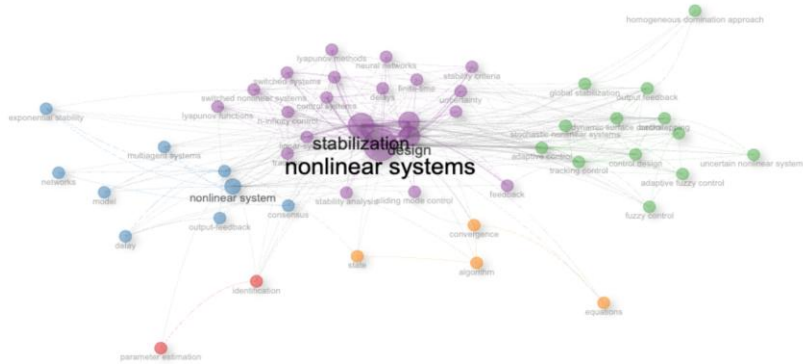


Fuente: Elaboración propia con datos Web of Science en Biblioshiny.

Estructura conceptual (Co-Word)

El análisis de co-ocurrencia de palabras clave (Figura 5) permitió identificar cinco clústeres temáticos principales. El clúster dominante agrupa términos asociados con estabilidad y estabilización, mientras que otros clústeres relevantes abordan control adaptativo, rastreo, sincronización/consenso y algoritmos de convergencia.

Figura 5. Red de co-ocurrencia de palabras clave y clústeres temáticos.

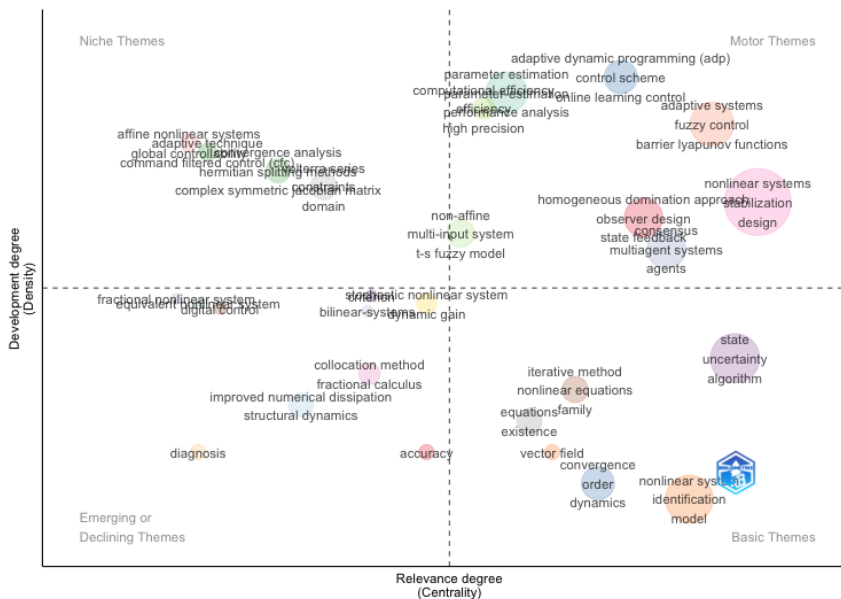


Fuente: Elaboración propia con datos Web of Science en Biblioshiny.

Mapa temático

El Mapa Temático (Figura 6) clasifica los clústeres según su importancia y desarrollo. Los temas motores se concentran en control adaptativo y sincronización, mientras que los temas emergentes están relacionados con algoritmos iterativos y métodos numéricos de convergencia.

Figura 6. Mapa temático (centralidad vs. densidad) de los principales tópicos investigados.

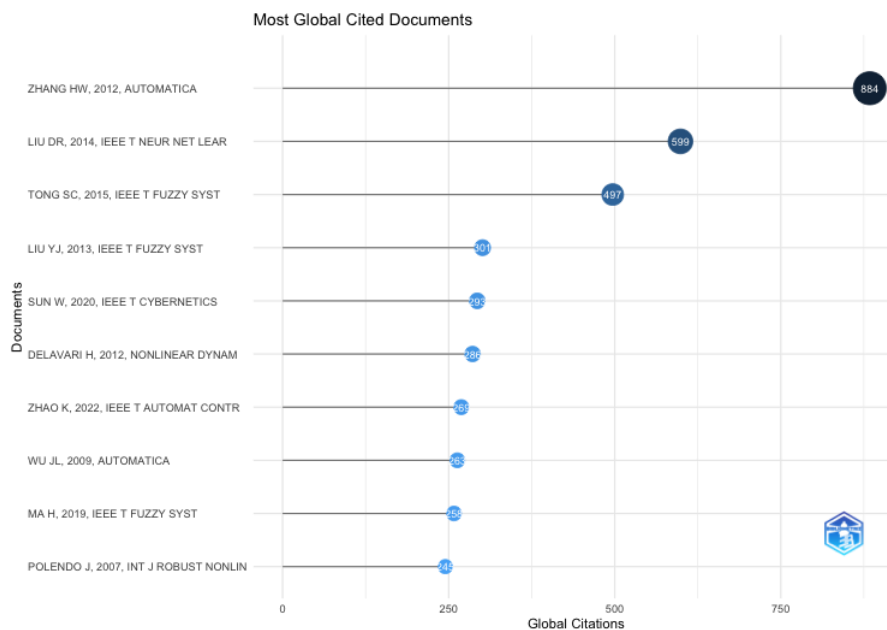


Fuente: Elaboración propia con datos Web of Science en Biblioshiny.

Artículos más citados (Estructura intelectual)

La Figura 7 presenta los documentos con mayor citación global. Destacan artículos en Automatica, IEEE Transactions on Automatic Control, IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems y Nonlinear Dynamics, los cuales actúan como pilares intelectuales del campo.

Figura 7. Documentos con mayor número de citas globales en el periodo analizado.



Fuente: Elaboración propia con datos Web of Science en Biblioshiny.

Discusión

Los resultados muestran que la investigación sobre métodos para resolver sistemas de ecuaciones no lineales ha experimentado un crecimiento sostenido durante las últimas dos décadas, en concordancia con las revisiones recientes sobre reducción de modelos no lineales, hiper-reducción y simulación eficiente de sistemas complejos (Touzé, Vizzaccaro & Thomas, 2021; Bhattacharyya et al., 2025). Este aumento responde a la necesidad de abordar problemas

no lineales de gran escala mediante enfoques híbridos que combinan teoría del control, análisis numérico y modelado computacional avanzado.

La estructura conceptual identificada mediante co-ocurrencia revela cinco clústeres temáticos robustos. El primero, centrado en estabilidad y estabilización, coincide con la importancia histórica de la estabilidad de Lyapunov en el análisis de sistemas no lineales, ampliamente discutida en trabajos influyentes como Zhang (2012) y Wu (2009). El segundo clúster, asociado con control adaptativo y backstepping, se alinea con contribuciones clave como Tong (2015) y Liu (2013), quienes demostraron la eficacia de estas técnicas para enfrentar incertidumbre paramétrica y perturbaciones externas. El tercer clúster, referido a sincronización, consenso y dinámica multiagente, refuerza hallazgos presentados por Zhao (2022) y Sun (2020), donde se destaca la relevancia de los sistemas distribuidos y de redes en aplicaciones contemporáneas.

Los clústeres restantes reflejan la convergencia entre métodos exactos, como el Simple Equations Method (Vitanov, 2022), y esquemas numéricos que buscan estabilidad energética o eficiencia en la resolución de problemas no lineales, como los métodos para Cahn–Hilliard (Tierra & Guillén-González, 2015) o las técnicas iterativas generalizadas de alto orden (Bate et al., 2024; Shams et al., 2023). La aparición conjunta de estos temas en el análisis conceptual sugiere una transición hacia enfoques integrados capaces de abordar simultáneamente precisión analítica y eficiencia computacional.

En cuanto a la estructura intelectual, los documentos más citados del campo —entre ellos Zhang (2012), Liu (2014), Tong (2015), Sun (2020), Zhao (2022) y Delavari (2012)— actúan como pilares que sustentan las líneas de investigación actuales. Su influencia se manifiesta en la forma en que los trabajos recientes adoptan técnicas mixtas que incorporan reducción de modelos

basada en manifolds, hiper-reducción para problemas no lineales costosos y métodos numéricos especializados para resolver ecuaciones con múltiples equilibrios o comportamientos complejos.

Por último, aunque el corpus analizado presenta un alto número de autores, la ausencia de datos completos sobre afiliaciones internacionales limitó la estimación de la coautoría entre países. Esta restricción, derivada de los metadatos exportados, constituye una oportunidad para estudios futuros que utilicen bases de datos complementarias o integración manual de afiliaciones para evaluar patrones de colaboración global.

Conclusiones

Este estudio bibliométrico proporciona una visión integral de la evolución, los actores principales y la estructura intelectual del campo relacionado con los métodos para resolver sistemas de ecuaciones no lineales durante el periodo 2004–2025. Los resultados evidencian un crecimiento sostenido de la producción científica, una concentración en revistas de alto impacto en control y matemáticas aplicadas, y una participación destacada de países como China, que lidera tanto en volumen de publicaciones como en citación acumulada.

El análisis conceptual reveló la presencia de cinco clústeres temáticos que estructuran el dominio: estabilidad y estabilización, control adaptativo y rastreo, sincronización y consenso en sistemas multi-agente, identificación y estimación de parámetros, y métodos numéricos orientados a la convergencia de algoritmos. Esta organización temática refleja un equilibrio entre fundamentos teóricos, avances en control no lineal y el desarrollo de herramientas computacionales de última generación.

Los documentos más citados muestran que el campo se apoya en pilares intelectuales asociados con la reducción y hiper-reducción de modelos, métodos exactos para resolver ecuaciones no lineales, esquemas energéticamente estables para modelos basados en energía

y algoritmos iterativos avanzados. En conjunto, estos enfoques delinear un ecosistema metodológico que combina rigor teórico, eficiencia computacional y aplicabilidad en sistemas de alta complejidad.

A partir de los hallazgos, se identifican varias líneas futuras de investigación: fortalecer la colaboración internacional y la construcción de redes globales; integrar métodos numéricos, analíticos y de control bajo marcos híbridos; desarrollar benchmarks unificados para comparar algoritmos; y explorar el uso de aprendizaje automático para mejorar la solución de sistemas no lineales a gran escala. El presente análisis establece una base sólida para orientar agendas de investigación y apoyar la toma de decisiones en el diseño de nuevas metodologías dentro de este campo en expansión.

Referencias bibliográficas

- Bate, I., Murugan, M., George, S., Senapati, K., Argyros, I. K., & Regmi, S. (2024). On Extending the Applicability of Iterative Methods for Solving Systems of Nonlinear Equations. *Axioms*, 13(9), 601. <https://doi.org/10.3390/axioms13090601>
- Bhattacharyya, S., Tao, J., Gildin, E., & Ragusa, J. C. (2025). Hyper-Reduction Techniques for Efficient Simulation of Large-Scale Engineering Systems. *Archives Of Computational Methods In Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s11831-025-10299-4>
- Delavari, H., Baleanu, D., & Sadati, J. (2011). Stability analysis of Caputo fractional-order nonlinear systems revisited. *Nonlinear Dynamics*, 67(4), 2433-2439. <https://doi.org/10.1007/s11071-011-0157-5>
- Liu, D., & Wei, Q. (2013). Policy Iteration Adaptive Dynamic Programming Algorithm for Discrete-Time Nonlinear Systems. *IEEE Transactions On Neural Networks And Learning Systems*, 25(3), 621-634. <https://doi.org/10.1109/tnnls.2013.2281663>
- Liu, Y., Tong, S., & Chen, C. L. P. (2012). Adaptive Fuzzy Control via Observer Design for Uncertain Nonlinear Systems With Unmodeled Dynamics. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 21(2), 275-288. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2012.2212200>
- Shams, M., Kausar, N., Ahmed, S. F., Badruddin, I. A., & Javed, S. (2022). Efficient Numerical Scheme for Solving Large System of Nonlinear Equations. *Computers, Materials & Continua/Computers, Materials & Continua (Print)*, 74(3), 5331-5347. <https://doi.org/10.32604/cmc.2023.033528>
- Shams, M., Kausar, N., Ahmed, S. F., Badruddin, I. A., & Javed, S. (2022). Efficient Numerical Scheme for Solving Large System of Nonlinear Equations. *Computers, Materials & Continua/Computers, Materials & Continua (Print)*, 74(3), 5331-5347. <https://doi.org/10.32604/cmc.2023.033528>
- Tierra, G., & Guillén-González, F. (2014). Numerical Methods for Solving the Cahn–Hilliard Equation and Its Applicability to Related Energy-Based Models. *Archives Of Computational Methods In Engineering*, 22(2), 269-289. <https://doi.org/10.1007/s11831-014-9112-1>
- Tong, S., Sui, S., & Li, Y. (2014). Fuzzy Adaptive Output Feedback Control of MIMO Nonlinear Systems With Partial Tracking Errors Constrained. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 23(4), 729-742. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2014.2327987>
-

- Touzé, C., Vizzaccaro, A., & Thomas, O. (2021). Model order reduction methods for geometrically nonlinear structures: A review of nonlinear techniques. *Nonlinear Dynamics*, 105, 1141–1190. <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06693-9>
- Vitanov, N. K. (2022). Simple Equations Method (SEsM): An Effective Algorithm for Obtaining Exact Solutions of Nonlinear Differential Equations. *Entropy*, 24(11), 1653. <https://doi.org/10.3390/e24111653>
- Wu, J. (2009). Stabilizing controllers design for switched nonlinear systems in strict-feedback form. *Automatica*, 45(4), 1092-1096. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2008.12.004>
- Zhang, H., & Lewis, F. L. (2012). Adaptive cooperative tracking control of higher-order nonlinear systems with unknown dynamics. *Automatica*, 48(7), 1432-1439. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2012.05.008>
- Zhao, K., Song, Y., Chen, C. L. P., & Chen, L. (2021b). Adaptive Asymptotic Tracking With Global Performance for Nonlinear Systems With Unknown Control Directions. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 67(3), 1566-1573. <https://doi.org/10.1109/tac.2021.3074899>
-