

Diseño y comparación de un PID de orden fraccional para un proceso de neutralización de PH.**Design and comparison of a fractional order PID for a PH neutralization process.***Mariela Elizabeth Medina Llerena & Paola Gabriela Vinueza Naranjo.***PUNTO CIENCIA.****Julio - diciembre, V°6 - N°2; 2025****Recibido:** 05-08-2025**Aceptado:** 06-08-2025**Publicado:** 30-12-2025**PAIS**

- Ecuador, Riobamba
- Ecuador, Riobamba

INSTITUCION

- Universidad Nacional de Chimborazo UNACH.
- Universidad Nacional de Chimborazo UNACH

CORREO:

- ✉ memedina5@espe.edu.ec
- ✉ paolag.vinueza@unach.edu.ec

ORCID:

- 🌐 <https://orcid.org/0009-0009-7886-0514>
- 🌐 <https://orcid.org/0000-0002-3658-5288>

FORMATO DE CITA APA.

Medina, M. & Vinueza, P. (2025). Diseño y comparación de un PID de orden fraccional para un proceso de neutralización de PH. *Revista G-ner@ndo*, V°6 (N°2). Pág. 717 – 744.

Resumen

Este artículo presenta el diseño, simulación y análisis comparativo de dos controladores PID, uno clásico y otro de orden fraccional (FOPID), para controlar un proceso de neutralización de pH con características dinámicas altamente no lineales y retardos de tiempo muy prolongados. La no linealidad del proceso de neutralización de pH representa un gran desafío para los controladores tradicionales y, en ocasiones, resulta en un rendimiento insatisfactorio en diferentes condiciones de operación. Este estudio demuestra que los controladores FOPID pueden manejar dinámicas de proceso complejas y aumentar la robustez del sistema gracias a la facilidad de uso de los grados de libertad adicionales que proporcionan. Para comparar y evaluar el rendimiento de estos métodos de control, se utilizan índices de desempeños, con métricas de error como el ISE (Integral Square Error), IAE (Integral Absolute Error) por sus siglas en inglés, junto con la medición del desempeño ante la introducción de perturbaciones. El estudio se realizó en Simulink-MATLAB en un entorno simulado utilizando FOMCON y algoritmos de optimización personalizados para simular la dinámica del proceso y probar el rendimiento del controlador en diferentes condiciones dinámicas: pequeños cambios de referencia, paso de puntos de operación del sistema y adición de perturbaciones.

Palabras clave: PID fraccional; Neutralización de pH; Dinámica no lineal; PID clásico, Tiempo muerto.

Abstract

This paper presents the design, simulation, and comparative analysis of two PID controllers, one classical and the other fractional order PID (FOPID), to control a pH neutralization process with highly nonlinear dynamic characteristics and very long-time delays. The nonlinearity of the pH neutralization process represents a major challenge for traditional controllers, sometimes resulting in unsatisfactory performance under different operating conditions. This study demonstrates that FOPID controllers can handle complex process dynamics and increase system robustness thanks to the ease of use of the additional degrees of freedom they provide. To compare and evaluate the performance of these control methods, performance indices, with error metrics such as ISE (Integral Square Error) and IAE (Integral Absolute Error), are used, along with performance measurements under the introduction of disturbances. The study was conducted in Simulink-MATLAB in a simulated environment using FOMCON and custom optimization algorithms to simulate the process dynamics and test the controller performance under different dynamic conditions: small reference changes, passing system operating points, and adding disturbances.

Keywords: Fractional PID; pH Neutralization; Nonlinear Dynamics; Classical PID; Dead Time.

Introducción

La regulación precisa del nivel de pH en procesos de neutralización química, para distintas plantas industriales es un desafío clásico en la ingeniería de control debido a la dinámica altamente no lineal y la presencia de retardos temporales variables que caracterizan estos sistemas, el proceso de neutralización, objeto de estudio consiste en un reactor con volumen líquido variable, donde se mezclan corrientes ácidas, básicas y un buffer para alcanzar un valor de pH específico, manteniendo la estabilidad incluso ante perturbaciones en el flujo ácido principal. Además de la no linealidad descrita por las ecuaciones físico-químicas involucradas en el proceso de volumen variable, se añade la considerable distancia entre el reactor y el sensor de pH genera un retardo de tiempo dominante y variable, exhiben características tipo histéresis y parámetros de proceso que varían con la señal de entrada, lo que complica la implementación de estrategias de control robustas y eficientes, afectando negativamente en la estabilidad y desempeño de controladores convencionales [1] .

Dentro del ámbito industrial, los controladores PID clásicos siguen siendo el estándar para el control de procesos debido a su simplicidad, interpretabilidad y rendimiento aceptable en sistemas lineales o con no linealidad limitada. No obstante, en escenarios donde los procesos presentan alta no linealidad, retardos prolongados y dinámicas cambiantes, los controladores PID tradicionales muestran limitaciones importantes, incluyendo respuesta lenta, sobrepicos y sobreoscilaciones, y sensibilidad a perturbaciones y cambios en el punto de operación [2]. Estas deficiencias motivan la búsqueda de técnicas de control más avanzadas y flexibles que puedan adaptarse mejor a estas condiciones dinámicas complejas.

En este contexto, los controladores PID de orden fraccional (FOPID) se han posicionado como una alternativa innovadora y prometedora. A diferencia de los PID clásicos, el FOPID extiende la estructura de control incorporando órdenes fraccionales

para la operación integral y derivativa, lo que permite ajustar la acción de control de manera más precisa mediante parámetros adicionales, ofreciendo un mejor manejo de sistemas con memoria y efectos dinámicos no locales [3]. Esta mayor flexibilidad favorece la robustez frente a incertidumbres, mejora la capacidad de rechazo de perturbaciones y puede adaptarse a la naturaleza no lineal de muchos procesos

químicos, Investigaciones recientes han demostrado el potencial de los FOPID para procesos no lineales con retardos, sin embargo, la aplicación específica a plantas de neutralización de pH con retardos variables aún no está suficientemente explorada, representando una brecha importante en la literatura que requiere un análisis detallado y validación mediante simulación y experimentación [4].

El presente estudio aborda la necesidad investigando la comparativa entre un controlador PID clásico y un controlador FOPID aplicados al control del pH en un reactor con dinámica altamente no lineal y retardos de tiempo variables. El análisis se realiza en un entorno de simulación MATLAB/Simulink empleando la toolbox FOMCON y algoritmos de optimización personalizados que permiten adaptar los parámetros de ambos controladores para maximizar su desempeño. Se evalúan índices de error integrales (ISE e IAE) y la respuesta ante perturbaciones y cambios en el punto de operación, con el objetivo de demostrar la mejora obtenida con el enfoque fraccional en términos de robustez, estabilidad y calidad de control. Esta investigación aporta evidencia práctica para fomentar la adopción de controladores fraccionales en procesos industriales con características dinámicas complejas y abre la puerta a su implementación en sistemas reales de neutralización de pH.

Métodos y Materiales

La metodología de esta investigación inicia con la descripción detallada del proceso de neutralización de pH, basado en el modelo dinámico desarrollado a partir de balances de masa, reacciones químicas y consideraciones del retardo de tiempo

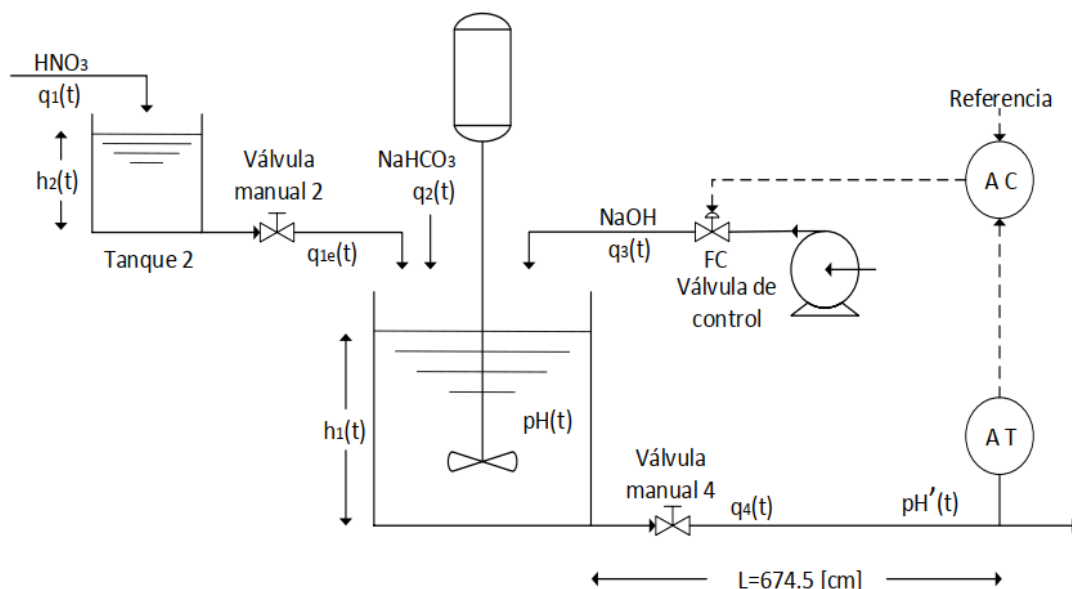
variable característico del sistema. Posteriormente, se realiza un análisis de la no linealidad del proceso mediante la identificación de parámetros a lazo abierto (ganancia, constante de tiempo y retardo) para diferentes niveles de entrada, evidenciando la variabilidad y el comportamiento tipo histéresis que desafía el diseño de controladores clásicos. A continuación, se emprende el diseño del controlador PID clásico, ajustando sus parámetros mediante técnicas de optimización para obtener un rendimiento aceptable bajo condiciones operativas nominales. Simultáneamente, se introduce el cálculo fraccionario, explicando los fundamentos teóricos de los operadores fraccionales aplicados a sistemas dinámicos y al control automático, para justificar la estructura y ventajas del controlador PID de orden fraccional (FOPID). con base en esto, se desarrolla el diseño del FOPID, optimizando sus parámetros tanto de ganancia como órdenes fraccionales para maximizar la adaptabilidad y robustez frente a las características no lineales y retardos variables del proceso. Finalmente, se lleva a cabo un análisis comparativo de desempeño entre ambos controladores empleando simulaciones en MATLAB/Simulink, utilizando las métricas ISE (Integral del Error Cuadrático) e IAE (Integral del Error Absoluto) como criterios objetivos de evaluación, además de considerar la respuesta ante perturbaciones y cambios en el punto de operación, para determinar el controlador que mejor satisface los requisitos de estabilidad y rendimiento en la planta de neutralización de pH.

El proceso de neutralización de pH estudiado consiste en un reactor de tanque con mezclado ideal, donde se combinan tres corrientes: una solución ácida, un buffer amortiguador y una solución básica que se manipula para controlar el pH. La planta presenta un volumen líquido variable y un retardo temporal dominante que depende del flujo de salida, debido a la significativa distancia entre el reactor y el sensor de pH, lo que genera un desafío adicional para el diseño del controlador. Este retardo de tiempo variable y la dinámica química no lineal condicionan la complejidad del proceso y afectan la estabilidad y la calidad del control. Se asumen mezclado ideal sin gradientes de

temperatura ni aportes externos de energía, y que las propiedades físicas y químicas de la mezcla en el reactor son uniformes, condiciones habituales en el modelado de este tipo de procesos [5].

Figura 1.

Esquema general del proceso de neutralización de pH.



El modelo matemático dinámico que representa el proceso se basa en los balances de masa que consideran las reacciones ácido-base involucradas, las condiciones de equilibrio químico y las invariables de reacción definidas por los momentos de carga de cada flujo (ácido, amortiguador, base y salida). Este modelo incorpora las constantes de disociación química y la ecuación cinética que permite describir la evolución del pH en función de las concentraciones de especies químicas y flujos manipulados [6]. Dada la naturaleza logarítmica de la escala de pH, pequeñas variaciones en las concentraciones pueden producir cambios significativos en el valor de pH, lo que contribuye a la fuerte no linealidad observada en la dinámica del proceso.

El retraso de tiempo variable se modela como un tiempo muerto dependiente del flujo, característico del retardo en la señal entre el punto de medición y la acción

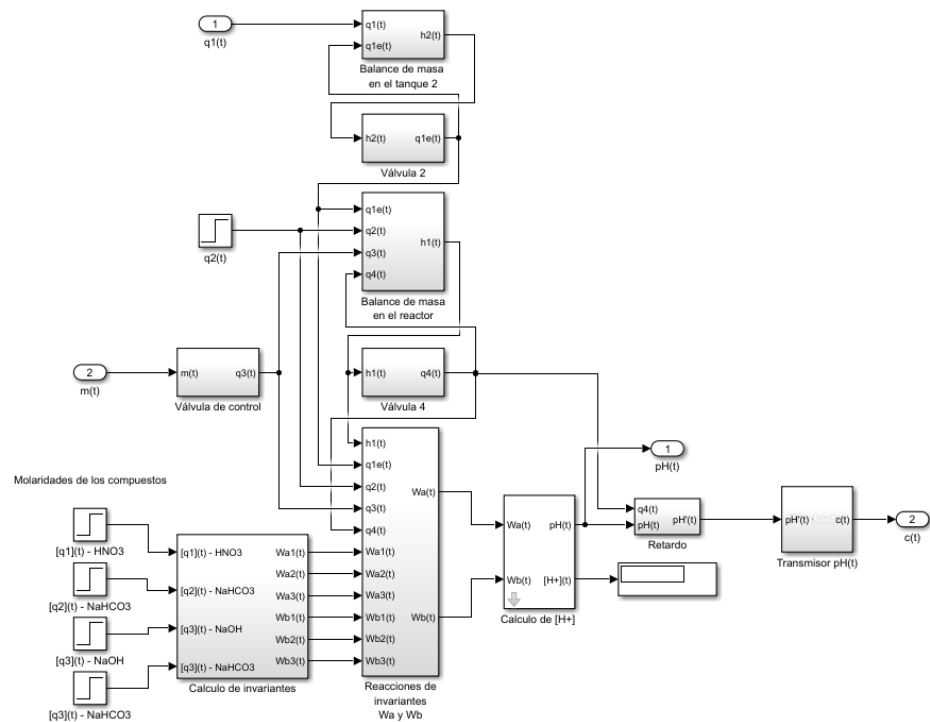
correctiva, complicando el control respecto a modelos con tiempo muerto constante o despreciable. La dinámica combinada se aproxima adecuadamente mediante un modelo de primer orden con tiempo muerto variable (FOPDT), que refleja la respuesta retardada y la lenta adaptación del proceso ante cambios en la entrada de control. Esta representación permite el desarrollo y ajuste de controladores considerando la naturaleza no lineal y los retardos dominantes.

Las ecuaciones que describen el modelo se presentan en [7], donde se detalla el significado físico de las variables, y los valores que toma cada parámetro del mismo acorde a las características de equilibrio del modelo dinámico. Este modelo junto con sus valores han sido utilizados en este trabajo para el diseño de los controladores PID tanto clásico como fraccional.

El modelo presentado en [7], fue implementado en Matlab Simulink con las parametrizaciones presentadas en el mismo trabajo, para luego observar respuestas ante entradas tipo escalón, en la figura 2 se muestra la implementación del modelo de la planta, mediante el uso de bloques de funciones de Simulink.

Figura 2.

Diagrama de bloques del modelo matemático del proceso de neutralización implementado en Simulink



Aproximación FOPDT

Para el diseño de controladores PID clásicos en procesos industriales o cualquier tipo de fenómeno físico, se parte las funciones de transferencias conocidas y típicas que modelan estos eventos, pues los criterios que se requieren se aplican sobre este tipo de funciones de transferencia. En modelos dinámicos las funciones de transferencia representan la relación entre la entrada y la salida del proceso o fenómeno en estudio, esto en el dominio de frecuencia mediante el uso de transformadas de Laplace, es así como en el caso del reactor de neutralización, la relación entre la entrada y la salida es altamente no lineal dadas las características de las ecuaciones diferenciales que describen el mismo, por lo que no se puede obtener una función de transferencia definida, y esto sucede para cualquier proceso de estas características matemáticas [8].

Frente a esto, la metodología empleada para el diseño del PID clásico, se hace en base a una aproximación de la respuesta del conjunto de ecuaciones diferenciales a un sistema de primer orden con retardo de tiempo, cuya estructura básica, está dada por la ecuación (1).

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} * e^{-t_0 s} \quad (1)$$

donde:

K : Es la constante de proporcionalidad

τ : Es la constante de tiempo del sistema

t_0 : Es el tiempo de retardo de respuesta del sistema

Para determinar los valores de estos parámetros se utilizan técnicas de aproximación planteada en [9], que se basa en la medición de tiempos de subida, tiempo de retardo junto con valores máximos y mínimos, de la respuesta del sistema en lazo abierto frente a un pequeño estímulo, para esto se usan las siguientes ecuaciones:

ΔY : Es la variación entre el valor máximo y mínimo de la respuesta del sistema

ΔU : Es la variación de la señal de entrada del sistema.

t_1 : Instante de tiempo en el cual la señal de salida iguala el valor de 28.3% del valor máximo

t_2 : Instante de tiempo en el cual la señal de salida iguala el valor de 63.2% del valor máximo.

Esta determinación de parámetros FOPDT, se la realiza para pequeños cambios en la entrada, tanto de subida como de bajada, es decir se simulará la acción de abrir o cerrar en pequeños porcentajes, el flujo de HNO_3 (Hidroxido de Sodio) en la válvula de control q_3 . Este proceso se lo realizará al menos para 10 puntos de operación con lo que obtendrán 10 aproximaciones FOPDT del modelo.

Diseño del PID clásico

La metodología empleada para el diseño y sintonización del PID clásico, se utilizan técnicas ya definidas en la teoría de control de procesos, en donde a partir de los parámetros encontrados de la aproximación FOPDT de la planta, se toma el modelo

con mayor tiempo de retardo t_0 y/o el de mayor constante de tiempo τ , para luego usar las relaciones de la técnica de Dahlin, en el caso de presentarse la problemática de que gran variabilidad entre t_0 y τ , se procede a evaluar el desempeño entre el PID con el mayor t_0 y el PID con el mayor τ .

Para un PID clásico, cuya estructura matemática está dada por (5):

$$C(s) = K_p + \frac{1}{s\tau_i} + \tau_d s \quad (5)$$

La técnica de Dhalin, establece las siguientes relaciones para el diseño del PID [10]:

$$K_p = \frac{\tau}{2Kt_0} \quad (6)$$

$$\tau_i = \tau \quad (7)$$

$$\tau_d = \frac{t_0}{2} \quad (8)$$

El cálculo fraccionario y los modelos dinámicos

El cálculo fraccionario es una extensión natural del cálculo convencional en la que las derivadas e integrales pueden tener órdenes no enteros, es decir, partes fraccionarias. Esta generalización permite modelar con mayor precisión sistemas dinámicos cuya dinámica exhibe memoria, efectos viscoelásticos, o comportamiento no local, características comunes en procesos reales como el de neutralización de pH, donde la dinámica puede ser compleja y no lineal [11].

Matemáticamente, la derivada fraccionaria de orden $\alpha \in R^+$ de una función $f(t)$ puede definirse mediante varios enfoques, siendo comunes las definiciones de Riemann-Liouville y Caputo [12]. La definición de derivada fraccionaria de Caputo, se representa como:

$$D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f^n(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}} d\tau \quad (9)$$

donde:

Γ : Es la función gamma generalizada

α : Es el orden la derivada fraccionaria

n : Es el entero superior a α

Así como se define la derivada de orden fraccionario , del mismo modo podemos definir la integral fraccionaria ,tal como la muestra Caputo [12].

$$I_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (10)$$

Para describir sistemas dinámicos con comportamiento fraccional, se utilizan ecuaciones diferenciales fraccionarias que generalizan las ordinarias, permitiendo una modelación más precisa de procesos con memoria o dinámicas dispersivas. La solución a estas ecuaciones suele involucrar la función de Mittag-Leffler, que es la función especial que generaliza la función exponencial en el contexto fraccional, sin embargo, en este trabajo no se empleara esta técnica para el modelado, sino más bien para el diseño del FOPID, por lo que se analizan técnicas del cálculo fraccional para el desarrollo de este tipo de control [13].

En control automático, el uso del cálculo fraccionario para el diseño de controladores como el PID fraccionario (FOPID) extiende la clásica estructura PID introduciendo órdenes fraccionarios para las acciones integrativa y derivativa [14]. La función de transferencia típica de un controlador FOPID en el dominio de laplace se expresa como:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \text{ con } \lambda, \mu \in R^+ \quad (11)$$

donde las ganancias K_p, K_i, K_d junto con los órdenes λ, μ son los parámetros a determinar del controlador.

Esta mayor libertad de ajuste permite mejorar el desempeño del controlador en sistemas no lineales, con incertidumbre y retardos, tradicionales en procesos químicos [15]. La principal ventaja del control fraccionario radica en el equilibrio más fino entre la rapidez de respuesta, estabilidad y robustez. Por ejemplo, al ajustar μ , es posible optimizar el grado de memoria del sistema y la anticipación de la acción derivativa sin incrementar excesivamente la sensibilidad al ruido, fenómeno común en controladores integer-order debido al término derivativo clásico [16].

El desarrollo de técnicas digitales para implementar operadores fraccionarios, tales como métodos de aproximación por fracciones continuadas o el método de Al-Alaoui, ha permitido que los controladores FOPID sean prácticos en sistemas en tiempo real, incluyendo plantas industriales con parámetros variables o modelos no lineales [17].

Diseño del PID Fraccional

El diseño y sintonización de controladores PID fraccionales (FOPID), que incluyen órdenes fraccionales de integración y derivación además de las ganancias clásicas, representa un avance significativo para el control de procesos dinámicos no lineales, ya que aportan más robustez y capacidad de reacción ante procesos altamente no lineales y con retardos de tiempo variables, como el reactor de neutralización de pH. Para la implementación práctica de dichos controladores, existe muchas técnicas matemáticas basadas en optimización de los parámetros del modelo mediante cálculos recursivos del error entre la señal de salida y entrada [18].

Actualmente existen herramientas prácticas que permiten realizar estos cálculos de manera simple y rápida, pero que se basan de igual forma en algoritmos de optimización no lineal, tal es el caso de FOMCON para MATLAB, el cual ofrece una plataforma robusta que facilita la identificación, modelado y optimización automática de los parámetros del FOPID [19].

Algoritmo de optimización en FOMCON

Para ajustar los parámetros del PID fraccional, FOMCON utiliza un algoritmo de optimización numérica de tipo metaheurístico (por ejemplo, algoritmos genéticos o búsqueda en el espacio paramétrico), que trabaja integrando simulaciones del sistema en cada iteración para evaluar una función objetivo o índice de desempeño.

El esquema general del algoritmo sigue la siguiente secuencia [20]:

1. Se define una función objetivo $J(\theta)$, donde $\theta = [Kp, Ki, Kd, \lambda, \mu]$ son los parámetros del controlador, la cual mide el error entre la señal de entrada y salida, típicamente este error es el error acumulado en el tiempo, usando índices clásicos como el ISE (Integral of Squared Error), IAE (Integral of Absolute Error) o ITAE (Integral of Time-weighted Absolute Error), de manera general la función objetivo a minimizar es de la forma:

$$J(\theta) = \int_0^T f(e(t, \theta)) dt \quad (12)$$

donde:

$e(t, \theta)$: es el error de seguimiento entre la referencia y la salida simulada bajo el controlador parametrizado

2. El algoritmo inicia con una población o conjunto inicial de valores para θ
 3. Para cada conjunto θ , se simula la respuesta tiempo real en Simulink, implementando el modelo del proceso y el controlador FOPID.
 4. Calcula $J(\theta)$
 5. El algoritmo actualiza θ explorando el espacio de parámetros para minimizar $J(\theta)$ mediante operadores genéticos: selección, cruce y mutación, o por otro método numérico.
-

6. El optimizador ajusta los parámetros usando métodos basados en gradiente (si es posible) o algoritmos de búsqueda global/local, avanzando en el espacio de los parámetros para minimizar el índice elegido.
7. Existen restricciones opcionales como límites en el sobreimpulso, tiempo de establecimiento, margen de ganancia/fase, e incluso robustez ante variaciones de parámetros, que pueden incluirse como restricciones en la optimización.
8. Se repite el proceso hasta un criterio de convergencia (número máximo de iteraciones o mejora mínima).

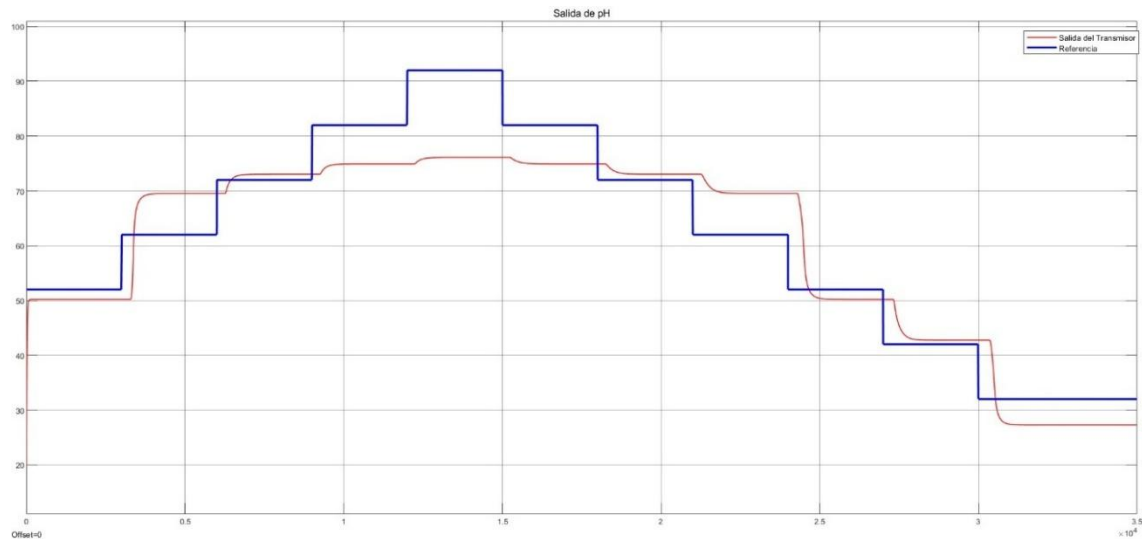
Este método permite encontrar un compromiso óptimo en el desempeño del controlador, considerando las dinámicas reales del proceso y las características no lineales.

Análisis de resultados

La aproximación FOPDT del reactor de neutralización, tal como se mencionó dentro de la metodología se la realizó mediante pequeños cambios en la entrada de la planta, en este caso el porcentaje de apertura de la válvula de control, los cuales no pasan del 10% y se realizaron 4 ascendentes y 6 descendentes. La Figura 3, muestra la entrada (azul) y la salida del transmisor del sensor de pH en porcentaje (rojo).

Figura 3.

Respuestas de la planta ante cambios ascendentes y descendentes.



Para la aproximación FOPDT se utilizaron las ecuaciones (2) (3) y (4) en cada una de las respuestas, con las cuales se obtuvieron los parámetros de los modelos en cada una de las variaciones de la respuesta del sistema, estos parámetros de las FOPDT se muestran en la Tabla 1.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} * e^{-t_0 s}$$

Tabla 1.

Resumen de parámetros en los distintos puntos de operación.

Punto	Variación de Entrada %	K_p	τ	t_0	$\frac{t_0}{\tau}$
1	52-62	1.935	55.5	194.5	3.50
2	62-72	2.2849	42	158	3.76
3	72-82	2.4725	39	178	3.54
4	82-92	2.5925	36	125	3.47
5	92-82	2.4725	37.5	138.5	3.69
6	82-72	2.2849	40.5	158.5	3.91
7	72-62	1.9353	52.5	196.5	3.74
8	62-52	5.0326	35.35	105.2	2.975
9	52-42	0.7432	225	201	0.89
10	42-32	2.29	193.5	282.5	1.45

En la tabla 1 se puede observar cómo los parámetros de la planta varían en cada cambio de flujo básico al hacer pequeños cambios de apertura y cierre de la válvula, en este caso dado que los parámetros más críticos se presentan en el punto 10 de la tabla, para un cambio descendente de 42 a 32 %, se procede con el diseño del PID con estos valores.

Respuesta del control PID Clásico

El diseño del PID clásico realizado en base a los parámetros de la aproximación FOPDT en el punto 10 de la Tabla 1, y en base a las ecuaciones (6) (7) y (8), se obtienen los siguientes valores del PID clásico:

$$K_p = \frac{\tau}{2Kt_0} \rightarrow K_p = 0.149$$

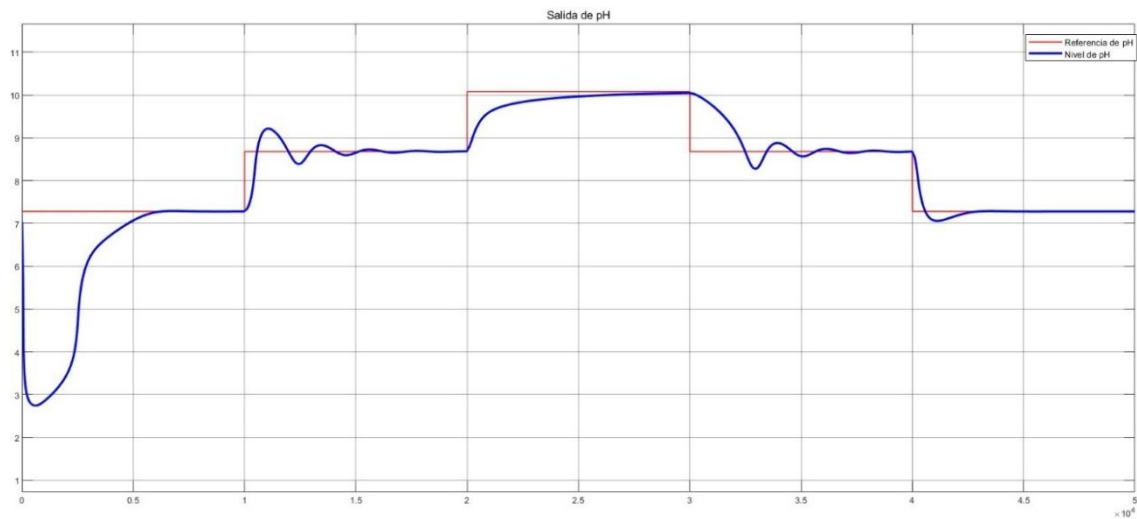
$$\tau_i = \tau \rightarrow \tau_i = 193.5$$

$$\tau_d = \frac{t_0}{2} \rightarrow \tau_d = 141.25$$

Estos valores son implementados en el bloque PID de Simscape de Simulink, cerrando el lazo de control y mostrando las respuestas del mismo antes 2 cambios ascendentes y 2 descendentes en la referencia, en un tiempo total de 50000 segundos, con lapsos de 10000 segundos en cada referencia, se ve en la Figura 4, se tiene en rojo la señal de referencia que corresponde al nivel de pH deseado, y en rojo el nivel de pH obtenido.

Figura 4.

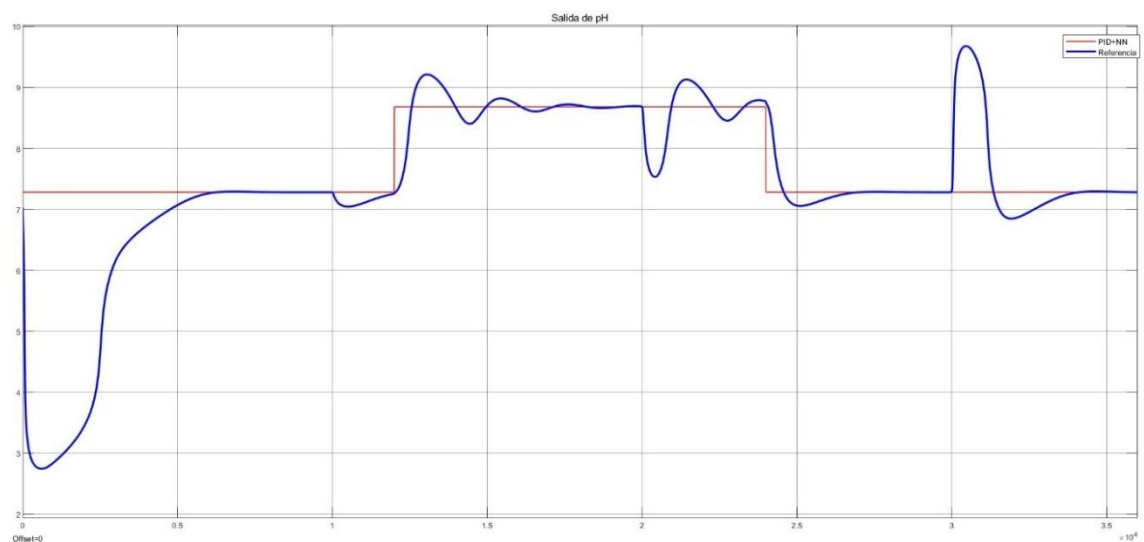
Respuestas del controlador PID clásico ante cambios de referencia.



Del mismo modo, se realizaron pruebas con el PID clásico con la introducción de perturbaciones al sistema, el cual corresponde a pequeños cambios de flujo ácido a través de la válvula 2, en este caso se trabajó solo con un cambio de referencia ascendente y uno descendente, como se muestra en la Figura 5.

Figura 5.

Respuestas del controlador PID clásico ante perturbaciones de flujo ácido.

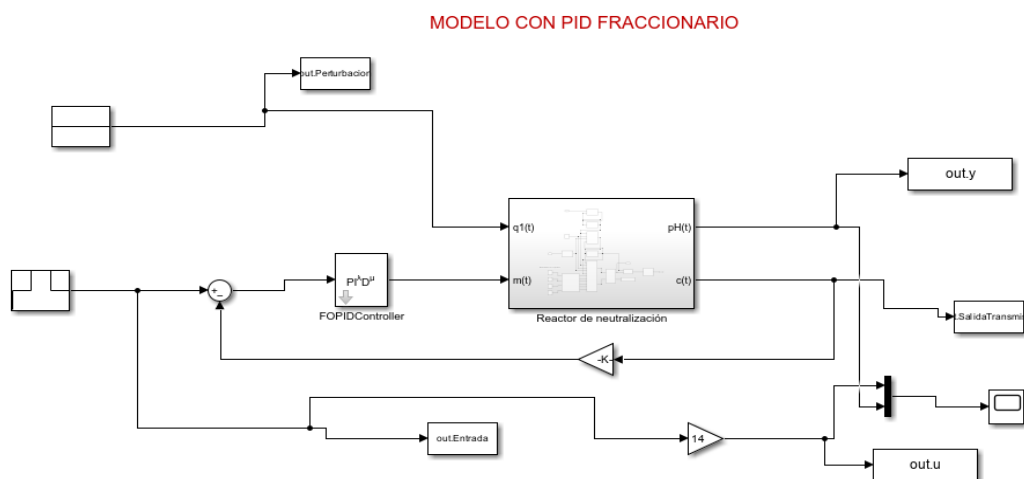


Optimización de parámetros para FOPID

Para la simulación del FOPID, se utilizó la herramienta FOMCON de Matlab, para así poder integrar al modelo de simulink el bloque PID Fraccionario, como se muestra en la Figura 6.

Figura 6.

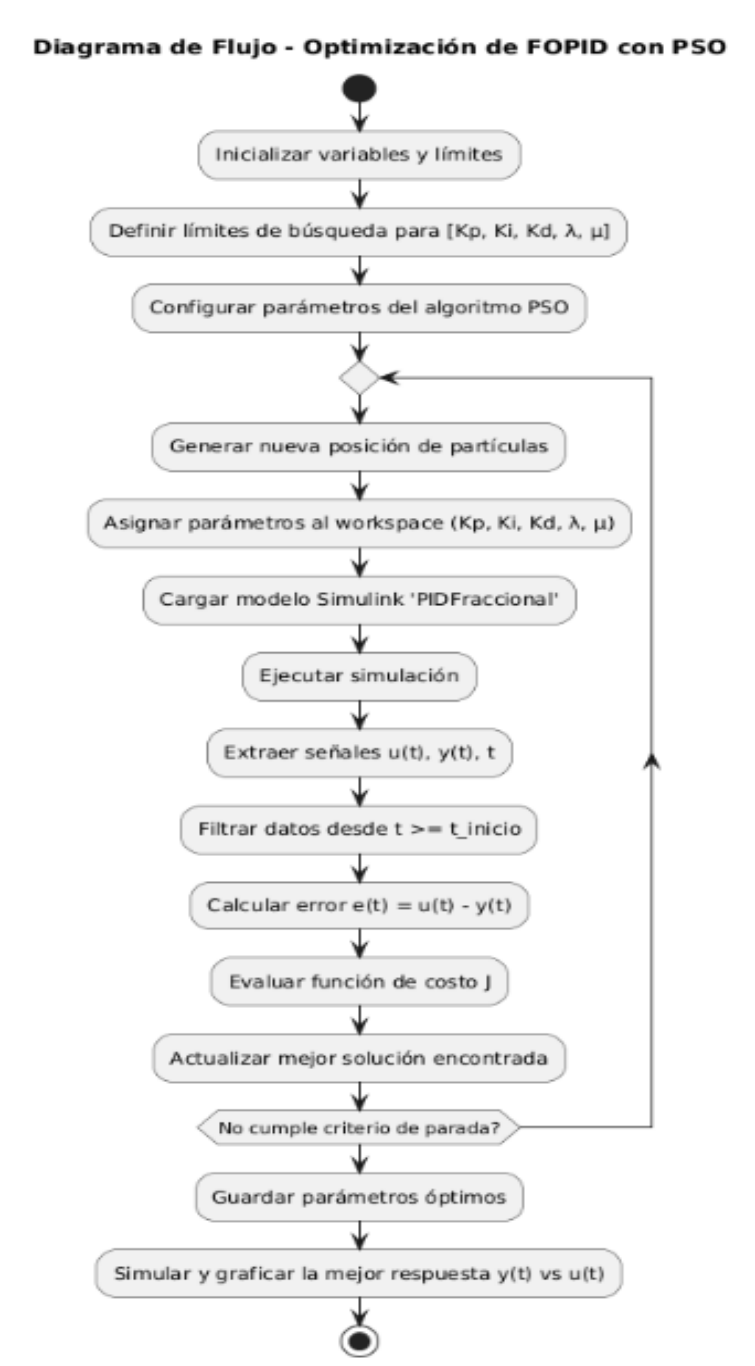
Modelo en Simulink con PID Fraccionario.



La optimización de los parámetros del bloque FOPID, se la realizó con el algoritmo de optimización de enjambre de partículas, donde la función objetivo fue el error integral cuadrático (ISE). El diagrama de flujo del código implementado se muestra en la Figura 7.

Figura 7.

Diagrama de flujo del algoritmo de optimización de parámetros del FOPID.



Los valores obtenidos por el algoritmo de optimización se muestran en Tabla 2.

Tabla 2.

Diagrama de flujo del algoritmo de optimización de parámetros del FOPID.

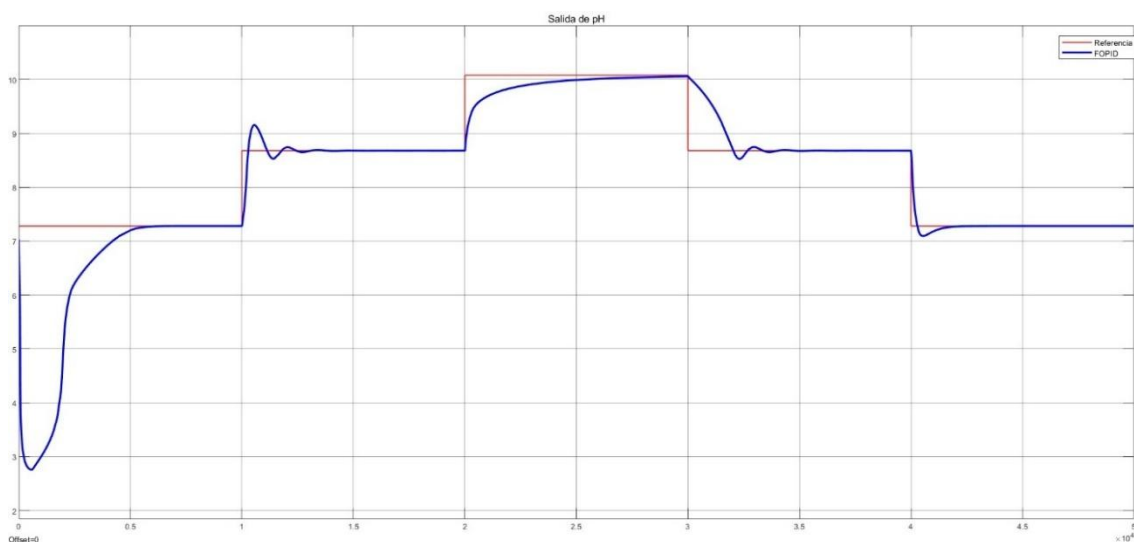
Parámetro	K_p	K_i	K_d	λ	μ
Valor	0.687	0.0408	18.62	1.1	0.003

Respuesta del control PID fraccional

Una vez que se obtuvieron los valores óptimos del PID, se procede a evaluar el desempeño del mismo, para ello, al igual que en el caso del PID Clásico se procede con 2 cambios ascendentes y 2 descendentes en la referencia de nivel de pH con cambios cada 10000 segundos en un tiempo total de simulación de 50000 segundos, con lo que se obtuvieron las respuestas mostradas en la Figura 8.

Figura 8.

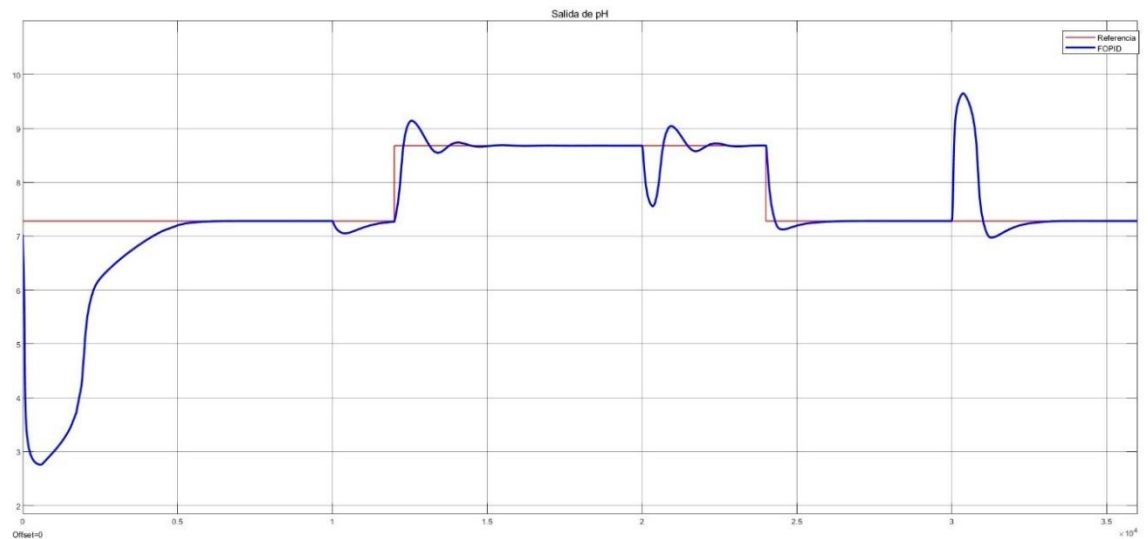
Respuesta del sistema con FOPID incorporado.



A continuación, se prueba el controlador para pequeñas perturbaciones de flujo ácido, en instantes de tiempo donde los niveles de pH se encuentran estables y en el nivel deseado, bajo las mismas condiciones en las que se evaluó el PID clásico. En la Figura 9, se muestra la respuesta del controlador ante esta introducción de perturbaciones.

Figura 9.

Respuesta del sistema con FOPID ante perturbaciones.



Comparativa entre controladores

Ahora se muestran las respuestas de los 2 controladores en conjunto, en primera instancia para el escenario de cambios de referencia, mostrando los resultados en la Figura 10, y en un segundo escenario ante cambios de referencia, cuyos resultados del mismo modo se muestran en la Figura 11, en ambos casos en verde se muestra la respuesta del PID clásico y en azul la del PID Fraccionario.

Figura 10.

Comparativa de respuestas de los controladores ante cambios de referencia.

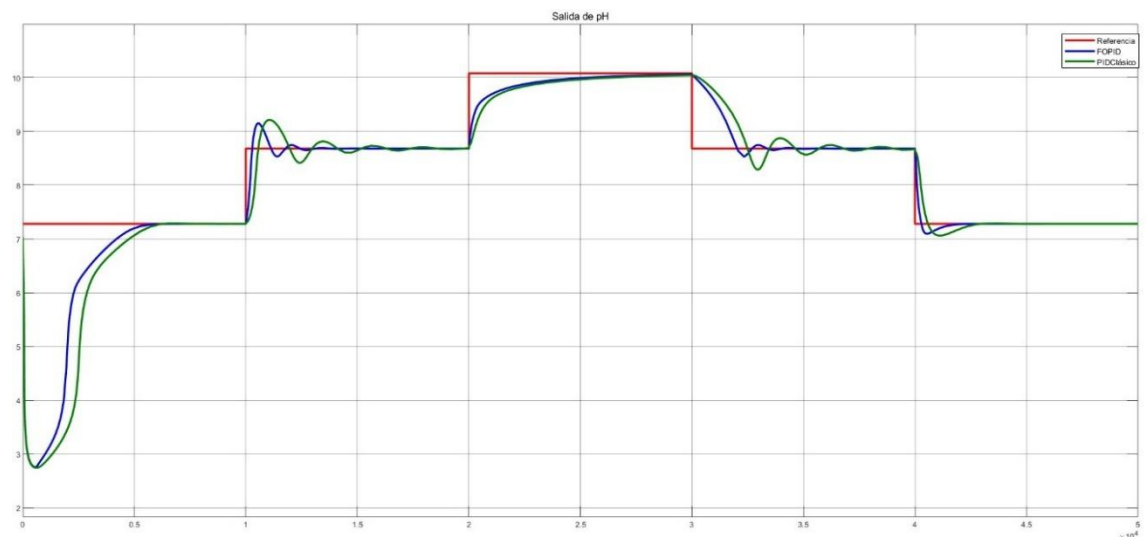
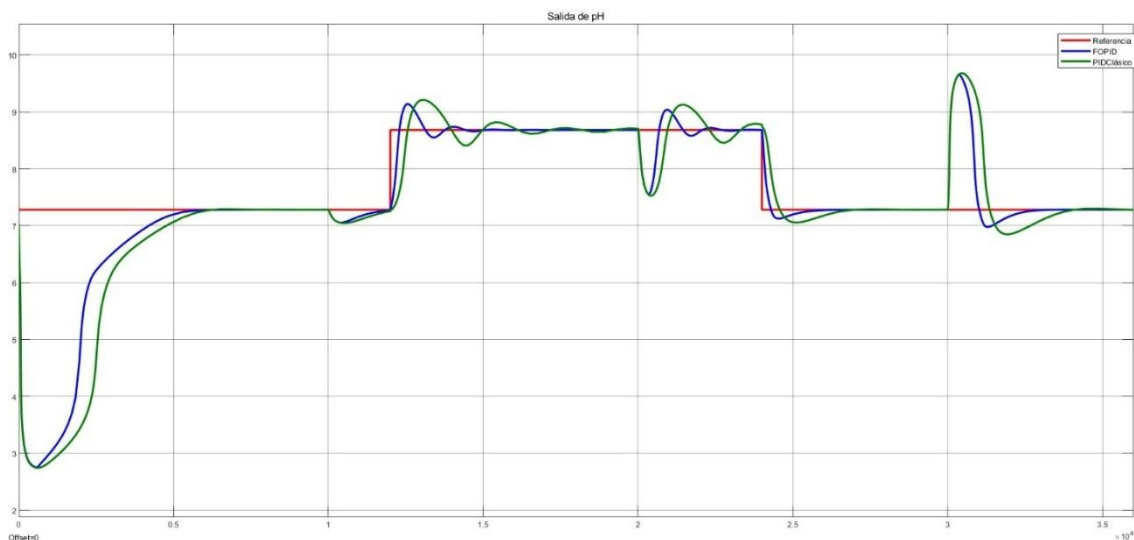


Figura 11.

Comparativa de respuestas de los controladores ante perturbaciones.



Finalmente se cuantifica el desempeño de los controladores por medio de los índices de desempeño de cada controlador en cada una de las situaciones, tanto el ISE como IAE, estos resultados se muestran en las Tabla 3 y Tabla 4.

Tabla 3.

Índices de desempeño de los controladores ante cambios de referencia.

Modelo/Índice	IAE	ISE
FOPID	1079	181.7
PID	1412	240

Tabla 4.

Índices de desempeño de los controladores ante perturbaciones.

Modelo/Índice	IAE	ISE
FOPID	985.1	184.7
PID	1347	249.7

Discusión

A través del seguimiento visual de las gráficas y los valores reportados en la Tabla 3, se aprecia que el controlador FOPID presenta respuestas más ágiles y precisas durante los cambios de referencia, anticipando las exigencias del setpoint con menor sobreimpulso y tiempos de establecimiento más cortos. Esta mayor capacidad de seguimiento se traduce en menores valores de IAE e ISE respecto al PID clásico, lo que implica que la acción de control reduce de forma significativa el error acumulado y los picos de error cuadrático, factores críticos en la regulación precisa del pH. La presencia de un retardo variable en el proceso generalmente limita la efectividad del control clásico, produciendo oscilaciones o retardos en la corrección. Sin embargo, el FOPID, al incorporar una memoria extendida vía el parámetro fraccional de integración λ , consigue anticipar efectos y ajustar la acción de control de forma más fluida. Esto es evidente en la evolución temporal de la señal azul (FOPID) en comparación con la verde (PID), donde la primera evidencia menos oscilaciones transitorias y un asentamiento más rápido frente a los escalones de referencia.

Robustez ante perturbaciones

La Figura 11 y los resultados de la Tabla 4 muestran que, tras ser sometido a perturbaciones, el sistema bajo FOPID recupera el valor deseado de pH de forma más eficiente, minimizando el tiempo fuera del setpoint y restringiendo la amplitud de las desviaciones inducidas. Este mejor rechazo a perturbaciones se explica porque el FOPID, gracias a su acción derivativa fraccional (μ muy baja pero acompañada de un alto K_d), puede filtrar y amortiguar las alteraciones rápidas, adaptando su respuesta tanto a cambios suaves como abruptos. En contraste, el PID clásico tiende a responder de manera más rígida, evidenciando en ocasiones un resurgimiento de oscilaciones o tiempo de recuperación más prolongado, lo cual podría conllevar a riesgos o pérdidas

de control en situaciones críticas del proceso, especialmente cuando el tiempo muerto varía.

Interpretación física de los parámetros óptimos

La optimización de los parámetros del FOPID mediante PSO (con los valores $K_p = 0.687$, $K_i = 0.0408$, $K_d = 18.62$, $\lambda = 1.1$, $\mu = 0.003$) revela aspectos fundamentales del control fraccional aplicado a procesos reales. Un valor de λ ligeramente superior a uno indica la necesidad de considerar la historia extendida del error, aprovechando la capacidad de memoria inherente del cálculo fraccionario para estabilizar sistemas donde el presente depende intensamente de su pasado reciente. El escaso peso de la derivada (μ cercano a cero) en conjunto con un K_d elevado sugiere una acción derivativa que actúa principalmente como amortiguador de los efectos del retardo, sin amplificar el ruido asociado a derivadas puras, un factor clave en plantas afectadas por retardos y variaciones rápidas.

Perspectiva frente a la literatura y aplicaciones industriales

Estos resultados corroboran numerosos trabajos recientes que destacan la superioridad del FOPID en procesos de control de pH caracterizados por alta no linealidad y tiempos muertos dominantes. Diversos estudios reportan que el ajuste fino de los parámetros fraccionales permite al FOPID adaptarse mejor a condiciones cambiantes y proporcionar una robustez que los PID convencionales solo logran bajo sintonizaciones conservadoras, muchas veces a costa de eficiencia o agilidad en la respuesta. En entornos industriales, esto puede traducirse en menor consumo de reactivos, reducción de desechos, operaciones más seguras y ciclos de regulación más estables.

En síntesis, la evidencia experimental y cuantitativa resalta que el FOPID logra un control más eficiente, estable y robusto, tanto ante cambios de referencia como frente

a perturbaciones imprevistas, posicionándose como una alternativa recomendable para el control avanzado de procesos de neutralización de pH donde se presentan altas no linealidades y retardos variables.

Conclusiones

El presente trabajo se centró en el diseño, optimización y análisis comparativo de un controlador PID clásico y un controlador PID fraccional (FOPID) para un proceso complejo de neutralización de pH, caracterizado por alta no linealidad, significativa variabilidad en el tiempo muerto y una dinámica difícil de controlar mediante técnicas convencionales. El enfoque metodológico empleó modelos basados en la aproximación FOPDT, identificando parámetros clave en diversos puntos de operación para capturar la variabilidad del proceso. El controlador FOPID se optimizó mediante un algoritmo evolutivo de optimización por enjambre de partículas (PSO), alcanzando parámetros óptimos que permitieron una respuesta robusta y eficiente frente a las exigencias dinámicas del sistema.

Desde el punto de vista de los resultados, el controlador FOPID demostró un desempeño sustancialmente superior al PID clásico en múltiples escenarios evaluados. En particular, las respuestas ante cambios de referencia evidenciaron que el FOPID reduce el error acumulado (medido por índices IAE e ISE) y muestra una mejor capacidad de seguimiento con menor sobreimpulso y tiempos de establecimiento más cortos. Adicionalmente, ante perturbaciones externas, el FOPID mantuvo la variable de proceso mucho más cerca del punto de consigna con oscilaciones amortiguadas y una recuperación más rápida, lo cual es fundamental en un proceso de pH donde las desviaciones pueden tener consecuencias químicas y ambientales serias. Estos resultados están alineados con las características intrínsecas de los controladores fraccionales, los cuales, al disponer de órdenes de integración y derivación no enteros,

logran modelar y aprovechar la memoria dinámica y la naturaleza dispersiva del sistema, facilitando la adaptación fina en procesos con dinámicas dispersas y retardos variables.

El aporte principal de este trabajo radica en la demostración práctica del valor añadido del control fraccional en procesos industriales complejos, así como en la viabilidad de su implementación mediante técnicas modernas de optimización numérica (PSO) integradas con herramientas de simulación avanzada como MATLAB/Simulink y el toolbox FOMCON. La metodología propuesta no solo permite superar algunas limitaciones clásicas del PID, sino que también proporciona un marco replicable para abordar otros procesos no lineales con características similares. Más aún, se destaca la importancia de incorporar parámetros fraccionales ajustados, con una integración ligeramente superior a la unidad, y una derivación casi nula, pero con ganancia alta, lo que muestra cómo el FOPID puede equilibrar acción de control efectiva con el filtrado del ruido y compensación de retardos largos.

Sin embargo, es importante reconocer las limitaciones y retos presentes. La implementación de controladores FOPID implica una mayor complejidad computacional y técnica, requiriendo conocimiento especializado para la correcta identificación del modelo fraccional, manejo de operadores no enteros y optimización multi-parámetro. La optimización mediante algoritmos evolucionarios, aunque efectiva, puede demandar tiempos de cómputo y recursos mayores que los métodos clásicos, lo que puede ser una barrera en aplicaciones con restricciones severas de hardware o tiempo. Además, la modelación FOPDT, aunque eficiente, es una aproximación y puede no captar completamente la dinámica no lineal intrínseca, por lo que la robustez del FOPID ante cambios extremos o no previstos sigue dependiendo de la calidad del modelo utilizado. Otro aspecto a considerar es la necesidad de validar experimentalmente los resultados y ajustar los controladores en condiciones reales, donde la variabilidad y ruido pueden ser mayores que en simulaciones.

Como recomendaciones derivadas de esta investigación, se sugiere continuar con pruebas experimentales que permitan validar el rendimiento del FOPID optimizado en planta piloto o industrial, ajustando los parámetros según las condiciones reales de operación y ruido. Se recomienda también explorar estrategias híbridas, como control adaptativo basado en modelos múltiples FOPDT o integración con técnicas de lógica difusa para mejorar aún más la adaptabilidad y robustez del controlador. Asimismo, el estudio podría extenderse a análisis de sensibilidad y robustez cuantitativa mediante técnicas de control robusto H_∞ o μ -síntesis aplicadas a control fraccional, con el fin de asegurar estabilidad bajo incertidumbre paramétrica más amplia. Finalmente, se propone evaluar métodos de reducción computacional o aproximaciones numéricas eficientes para facilitar la implementación en sistemas embebidos o en tiempo real.

En definitiva, este trabajo aporta evidencia sólida y práctica de las ventajas significativas que ofrece el control fraccional frente al control clásico para procesos de neutralización de pH con características dinámicas complejas. La combinación de técnicas modernas de modelado, optimización y simulación proporciona una ruta clara para mejorar la calidad y estabilidad del control, contribuyendo al desarrollo de sistemas industriales más eficientes, seguros y sostenibles.

Referencias bibliográficas

- [1] D. Ortiz, D. Valdiviezo, D. Chávez, K. Patiño, P. Proaño, y O. Camacho, «Control of a pH Neutralization Process using Neural Network Approaches», en 2024 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON), sep. 2024, pp. 1-6. doi: 10.1109/ARGENCON62399.2024.10735982.
- [2] M. R. Faieghi, A. Nemati, M. R. Faieghi, y A. Nemati, «On Fractional-Order PID Design», en Applications of MATLAB in Science and Engineering, IntechOpen, 2011. doi: 10.5772/22657.
- [3] K. Bingi, R. Ibrahim, M. N. Karsiti, S. M. Hassan, y V. R. Harindran, «Scilab Based Toolbox for Fractional-order Systems and PID Controllers», en Fractional-order Systems and PID Controllers: Using Scilab and Curve Fitting Based Approximation Techniques, K. Bingi, R. Ibrahim, M. N. Karsiti, S. M. Hassan, y V. R. Harindran, Eds., Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 137-212. doi: 10.1007/978-3-030-33934-0_4.
- [4] P. Rastogi, S. Chatterji, y D. S. Karanjkar, «Performance analysis of fractional-order controller for pH neutralization process», en 2012 2nd International Conference on Power, Control and Embedded Systems, dic. 2012, pp. 1-6. doi: 10.1109/ICPCES.2012.6508116.
- [5] E. Iglesias, «Using fuzzy logic to enhance control performance of sliding mode control and dynamic matrix control», ene. 2006.
- [6] C. A. Rocha, «Neutralización de los Niveles de pH por Medio de Lógica Difusa», LACCEI2010, vol. I, p. 10, 2010.
- [7] E. M. Anchitipan Naranjo, «Diseño, simulación y comparación de esquemas de control adaptativo aplicados a plantas no lineales de parámetros variables y retardo de tiempo dominante», bachelorThesis, Quito, 2020., 2020. Accedido: 29 de julio de 2025. [En línea]. Disponible en: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/21075>
- [8] N. H. S. Abdullah, M. N. Karsiti, y R. Ibrahim, «A review of pH neutralization process control», en 2012 4th International Conference on Intelligent and Advanced Systems (ICIAS2012), jun. 2012, pp. 594-598. doi: 10.1109/ICIAS.2012.6306084.
- [9] C. Smith y A. Corripio, «Control automático de procesos / C.A. Smith, A.B. Corripio.», ene. 2007.
- [10] O. Camacho, Control de Procesos Industriales, First., vol. I. en EPN Editorial, vol. I. Quito, 2020.
- [11] B. Vinagre, V. Feliu, y I. Tejado, «Control Fraccionario: Fundamentos y guía de uso», Rev. Iberoam. Autom. E Inform. Ind. RIAI, vol. 13, jul. 2016, doi: 10.1016/j.riai.2016.05.001.
- [12] V. H. Sauchelli y S. Laboret, «Cálculo Fraccional Aplicado a Control Automático», Mecánica Comput., n.o 38, Art. n.o 38, 2020.
- [13] L. E. G. Jaimes, C. A. V. Ospina, y H. W. L. Espinosa, «Diseño de controladores pi y pid fraccionarios para regular la velocidad de un motor dc

utilizado para manejar un generador de energía», Rev. Politécnica, vol. 10, n.o 19, Art. n.o 19, dic. 2014.

- [14] C. Zhao, D. Xue, y Y. Chen, «A fractional order PID tuning algorithm for a class of fractional order plants», en IEEE International Conference Mechatronics and Automation, 2005, jul. 2005, pp. 216-221 Vol. 1. doi: 10.1109/ICMA.2005.1626550.
 - [15] L. H. Tong, Y. G. Li, H. Q. Zhu, y W. T. Li, «Fractional order PID optimal control in pH neutralization process», IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci., vol. 427, n.o 1, p. 012002, ene. 2020, doi: 10.1088/1755-1315/427/1/012002.
 - [16] R. A. Aguiar, I. C. Franco, F. Leonardi, y F. Lima, «Fractional PID Controller Applied to a Chemical Plant with Level and pH Control», Chem. Prod. Process Model., vol. 13, n.o 4, dic. 2018, doi: 10.1515/cppm-2018-0004.
 - [17] A. SALEEM, H. SOLIMAN, S. AL-RATROUT, y M. MESBAH, «Design of a fractional order PID controller with application to an induction motor drive», Turk. J. Electr. Eng. Comput. Sci., vol. 26, n.o 5, pp. 2768-2778, ene. 2018, doi: 10.3906/elk-1712-183.
 - [18] T. Onyedi, A. Tepljakov, y E. Petlenkov, «FOMCONpy: Fractional-order Modelling and Control Library for Python», en 2020 43rd International Conference on Telecommunications and Signal Processing (TSP), jul. 2020, pp. 239-245. doi: 10.1109/TSP49548.2020.9163581.
 - [19] I. Petráš, Applications in Control. Walter de Gruyter GmbH & Co KG, 2019.
 - [20] A. Tepljakov, E. Petlenkov, J. Belikov, y J. Finajev, «Fractional-order controller design and digital implementation using FOMCON toolbox for MATLAB», en 2013 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design (CACSD), ago. 2013, pp. 340-345. doi: 10.1109/CACSD.2013.6663486.
-