

Propuesta didáctica con GeoGebra para operaciones con vectores en bachillerato

Didactic proposal with Geogebra for vector operations in high school

Arias Salazar Daicy Paola, Tomalá Pozo Diego Anthony, Alba Cabañas Jesús Antonio, Naranjo Vaca Gregory Edison.

CIENCIA, TECNOLOGÍA Y SOCIEDAD

Julio - diciembre, V°7-N°2; 2026

Recibido: 30 -07-2026

Aceptado: 05 -08-2026

Publicado: 31- 12-2026

PAIS

- Durán – Ecuador
- Durán – Ecuador
- Durán – Ecuador
- Durán – Ecuador

INSTITUCION

- Universidad Bolivariana del Ecuador
- Universidad Bolivariana del Ecuador
- Universidad Bolivariana del Ecuador
- Universidad Bolivariana del Ecuador

CORREO:

- ✉ dparias@ube.edu.ec
- ✉ datomalap@ube.edu.ec
- ✉ jaalbac@ube.edu.ec
- ✉ genaranjov@ube.edu.ec

ORCID:

- 🌐 <https://orcid.org/0000-0002-6483-5619>
- 🌐 <https://orcid.org/0009-0009-5577-9107>
- 🌐 <https://orcid.org/0009-0002-8815-9165>
- 🌐 <https://orcid.org/0000-0001-9927-1182>

FORMATO DE

Arias, D. Tomalá, D. Alba, J. & Naranjo, G. (2026). Propuesta didáctica con GeoGebra para operaciones con vectores en bachillerato. Revista G-ner@ndo, V°7 (N°2). p. 2517 – 2530.

Resumen

La comprensión de las magnitudes vectoriales en el primer año de bachillerato constituye un pilar fundamental para el desarrollo del pensamiento científico. No obstante, la enseñanza tradicional suele priorizar la resolución mecánica de algoritmos algebraicos, generando una fractura cognitiva entre el registro gráfico (geométrico) y el analítico-algebraico. El propósito de este estudio fue analizar el impacto de una secuencia didáctica denominada: Exploración Dinámica de Vectores en el Plano, mediada por el software GeoGebra, en la coordinación de registros semióticos de vectores en estudiantes de primero de bachillerato. La investigación se desarrolló bajo un enfoque mixto con un diseño preexperimental de un solo grupo ($O1 \rightarrow X \rightarrow O2$). La población estuvo conformada por 148 alumnos y se calculó un tamaño muestral de 107 estudiantes. Los resultados cuantitativos revelaron una mejora estadísticamente significativa en el desempeño cognitivo ($t(106) = 24.26$; $p < .001$), elevando la tasa de aciertos del 23.5% en el pretest al 75.9% en el posttest. La aplicación de la Ganancia Normalizada de Hake arrojó un promedio de 0.68, lo que clasifica la intervención en un nivel de ganancia media-alta. A nivel cualitativo, el análisis de las trazas de construcción y la ejecución del Drag Test (prueba de arrastre) evidenciaron que el software actuó como un mediador semiótico eficiente, permitiendo la co-presencia y actualización simultánea de las vistas gráfica y algebraica. Se concluye que la mediación tecnológica interactiva reduce de manera drástica la tasa de error global (de 76.5% a 24.1%; reducción relativa del 68.5%, coincidente con la Ganancia Normalizada de Hake, $g = 0.68$) y supera los modelos estáticos tradicionales al transformar el aprendizaje en una experiencia visual, autónoma y significativa.

Palabras clave: GeoGebra, Registros de Representación Semiótica, Vectores, Ganancia de Hake, Geometría Dinámica, Educación Matemática.

Abstract

The understanding of vector quantities in the first year of high school constitutes a fundamental pillar for the development of scientific thinking. However, traditional instruction tends to prioritize the mechanical resolution of algebraic algorithms, generating a cognitive disconnect between the graphic (geometric) and analytic-algebraic registers. The purpose of this study was to analyze the impact of a didactic sequence titled: Dynamic Exploration of Vectors in the Plane, mediated by GeoGebra software, on the coordination of semiotic registers of vectors in first-year high school students. The research followed a mixed-methods approach with a one-group pretest-posttest pre-experimental design ($O1 \rightarrow X \rightarrow O2$). The population consisted of 148 students, with a calculated sample size of 107 participants. Quantitative results revealed a statistically significant improvement in cognitive performance ($t(106) = 24.26$, $p < .001$), increasing the accuracy rate from 23.5% on the pretest to 75.9% on the posttest. The application of Hake's Normalized Gain yielded an average of 0.68, classifying the intervention at a medium-high gain level. Qualitatively, the analysis of construction traces and the execution of the Drag Test demonstrated that the software acted as an efficient semiotic mediator, enabling the co-presence and simultaneous updating of graphic and algebraic views. It is concluded that interactive technological mediation drastically reduces the overall error rate (from 76.5% to 24.1%; a relative reduction of 68.5%, matching Hake's Normalized Gain, $g = 0.68$) and surpasses traditional static models by transforming learning into a visual, autonomous, and meaningful experience.

Keywords: GeoGebra, Registers of Semiotic Representation, Vectors, Hake's Gain, Dynamic Geometry, Mathematics Education.

Introducción

En el ámbito de la Educación Matemática y la Física, la comprensión de las magnitudes vectoriales en el primer año de bachillerato constituye un pilar fundamental para el desarrollo del pensamiento científico. No obstante, la enseñanza tradicional de este tema se ha visto limitada por métodos estáticos que priorizan la resolución mecánica de algoritmos y el cálculo de componentes algebraicas. Esta metodología suele ignorar la naturaleza bidimensional y la representación espacial de los vectores, lo que genera una marcada dificultad en los estudiantes para captar su significado real en el plano físico. La educación actual demanda entornos donde el estudiante deje de ser un receptor pasivo y se convierta en un protagonista que experimente con fenómenos en tiempo real (Rosales Guamán et al., 2023).

Esta problemática, identificada como un obstáculo crítico en el aprendizaje, encuentra su sustento epistemológico en la Teoría de Registros de Representación Semiótica (Duval, 2006) (en adelante, TRRS), eje central del Semillero G-DINÁMICA. Desde esta perspectiva, la dificultad de los alumnos no es simplemente una falta de atención, sino una incapacidad cognitiva para realizar procesos de conversión entre diferentes registros. Específicamente, existe una fractura entre el registro gráfico (la representación geométrica del vector en el plano) y el registro analítico-algebraico (la expresión simbólica de sus componentes y módulos). Como se ha señalado previamente (Guachún Lucero & Espadero Faicán, 2021), la falta de herramientas que faciliten la transición del pensamiento concreto al abstracto impide que conceptos teóricos se conviertan en experiencias visuales manipulables.

La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) surge como la solución integral para superar esta desconexión. El software GeoGebra permite la creación de un laboratorio dinámico donde el estudiante puede interactuar con los vectores y recibir retroalimentación inmediata, lo cual reduce la ansiedad ante el error y fortalece la confianza en las capacidades procedimentales. La evidencia empírica disponible (González Rojas & Quishpe Solano, 2024) demuestra que el uso de esta herramienta incide directamente en la mejora del rendimiento académico. Sin embargo, a pesar de estos beneficios y de los avances reportados por investigaciones previas como la de Guacho Tixi (2024), persiste un vacío en el conocimiento sobre cómo el uso de secuencias didácticas específicas impacta en la coordinación efectiva de los registros semióticos en el contexto del bachillerato ecuatoriano.

La mayoría de los estudios previos se han centrado en el resultado final (calificaciones) y no en el proceso cognitivo de tránsito entre registros. Esta investigación ocupa dicho nicho al proponer que la mediación tecnológica no debe ser un accesorio, sino el motor que permita al estudiante ver el álgebra y calcular la geometría de forma simultánea. Al alinear la enseñanza

con metodologías activas y el uso de GeoGebra Classroom, se garantiza que el estudiante no solo aprenda a calcular componentes, sino que desarrolle una competencia tecnológica transversal y una capacidad de visualización espacial crítica para su formación futura en ingeniería y ciencias.

Bajo estas consideraciones, el presente trabajo se aleja de ser un simple manual de procedimientos para constituirse en un estudio de impacto pedagógico. El propósito de este estudio es analizar el impacto de una secuencia didáctica mediada por GeoGebra en la coordinación de registros semióticos de vectores en estudiantes de primero de bachillerato. Se busca transformar la percepción de la física, pasando de una asignatura basada en fórmulas memorísticas a una disciplina basada en la exploración, la visualización dinámica y la comprobación de hipótesis. Al integrar la fundamentación teórica de la TRRS con la realidad del aula, este proyecto aspira a demostrar que es posible convertir un tema tradicionalmente difícil en una oportunidad para que los estudiantes descubran la utilidad de las matemáticas aplicadas a la realidad física.

La presente propuesta se justifica en la necesidad de superar los modelos estáticos y clichés educativos que han dominado el aula por décadas. El uso de geometría dinámica, como se resalta en estudios recientes (Huamán Intiquilla, 2025) y (Arellano-Gastiabur et al., 2026), prepara el terreno cognitivo para temas más complejos, asegurando un aprendizaje autónomo y significativo que resulta esencial tanto en la presencialidad como en periodos de educación remota. En última instancia, este artículo reporta los resultados de una investigación orientada a elevar el rigor técnico en la caracterización de los procesos de aprendizaje, cumpliendo así con los estándares de excelencia del semillero y la comunidad científica.

Materiales Y Métodos

La investigación se desarrolló bajo un enfoque mixto (cuantitativo y cualitativo), permitiendo una comprensión integral del fenómeno educativo mediante la recolección de datos numéricos y el análisis de procesos cognitivos. Se implementó un diseño preexperimental de un solo grupo con una estructura de evaluación fundamentada en el modelo $O_1 \rightarrow X \rightarrow O_2$. En este esquema, O_1 representó la aplicación de un pretest, X la ejecución de la intervención didáctica mediada por GeoGebra, y O_2 la administración de un posttest que midió los cambios en el aprendizaje.

El estudio se llevó a cabo con estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Hispano América. La población objetivo estuvo constituida por 148 estudiantes legalmente matriculados. Para la determinación del tamaño de la muestra, se aplicó la fórmula

para poblaciones finitas, utilizando un nivel de confianza del 95% ($Z = 1.96$) y un margen de error del 5% ($e = 0.05$), de acuerdo con la siguiente expresión matemática:

$$n = \frac{N \cdot Z^2 \cdot p \cdot q}{e^2 \cdot (N - 1) + Z^2 \cdot p \cdot q}$$

Donde:

N (Población):	148 estudiantes.
Z (Nivel de confianza):	1.96 (correspondiente al 95%).
e (Margen de error):	0.05 (5%).
p, q (Probabilidad de éxito/fracaso):	0.5 cada uno.

$$n = \frac{148 \cdot 1.96^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5}{0.05^2 \cdot (148 - 1) + 1.96^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5} = \frac{142.1392}{1.3279} \approx 107.04$$

Tras el cálculo, se obtuvo un tamaño muestral de 107 estudiantes. La selección de los participantes respondió a un muestreo no probabilístico por conveniencia, fundamentado en la accesibilidad de los autores al entorno pedagógico, garantizando en todo momento el anonimato institucional y personal.

La intervención, denominada: Exploración Dinámica de Vectores en el Plano, se estructuró como una secuencia mediada por el software GeoGebra. Se desarrolló en 4 sesiones de 45 minutos cada una, diseñadas bajo el marco de la génesis instrumental, donde el software transitó de ser un simple artefacto a un instrumento de pensamiento matemático. Cada sesión se organizó siguiendo el ciclo didáctico exploración → conjetura → verificación → justificación → consolidación, de modo que GeoGebra operó como eje central del diseño macro-instruccional y no como un recurso accesorio de ilustración.

Sesión 1: Construcción Paramétrica del Vector. Se introdujo la creación de vectores mediante el uso de deslizadores para magnitud (m_n) y ángulo (a_n). Para ello, se configuró el deslizador de magnitud en el intervalo $[0, 10]$ con incremento de 0.1, y el de ángulo en el intervalo $[0^\circ, 360^\circ]$ con incremento de 1° . A partir de estos parámetros, los estudiantes definieron el punto extremo mediante la entrada $P = (m \cdot \cos(\alpha), m \cdot \sin(\alpha))$ y construyeron el vector con el comando Vector(<Punto Inicial>, <Punto Final>), tomando como punto inicial el origen $O = (0, 0)$. En la fase de exploración, los alumnos manipularon los deslizadores y conjeturaron la relación entre las coordenadas polares y las rectangulares; la actualización automática de la Vista Algebraica

permitió verificar dichas conjeturas, consolidando el tránsito del artefacto al instrumento de pensamiento.

Sesión 2: Operaciones y Método del Paralelogramo. Se exploró la suma y resta vectorial mediante la construcción de polígonos dinámicos. Los alumnos utilizaron comandos como Suma = $u + v$ y Resta = $u - v$, visualizando simultáneamente ambos resultados en el plano para identificar las diagonales del paralelogramo formado por los vectores origen. En la fase de conjetura, los estudiantes anticiparon la posición y la magnitud de la resultante antes de ejecutar el comando; la actualización simultánea de las vistas gráfica y algebraica operó como etapa de verificación inmediata, y la justificación se consolidó al contrastar la diagonal del paralelogramo con la suma de las componentes en el registro analítico.

Sesión 3: El Escalar y Productos Vectoriales. Se utilizó la interacción dinámica para multiplicar vectores por escalares y calcular productos entre vectores (punto y cruz). El software actuó como mediador al mostrar los resultados numéricos de operaciones como: $u \otimes v$ y $u \cdot v$ en tiempo real, facilitando la comprensión de la magnitud resultante frente a la variación de los vectores base y permitiendo verificar de manera inmediata las conjeturas de los estudiantes sobre la proporcionalidad escalar.

Sesión 4: Resolución de Problemas y Modelado. Se plantearon situaciones de física real donde los estudiantes debieron modelar sistemas de fuerzas en equilibrio, utilizando las herramientas de medición de ángulos y longitudes para validar sus soluciones analíticas.

Tarea Modelo y Prueba de Arrastre (Drag Test)

Un componente crítico fue la validación mediante el Drag Test. Por ejemplo, en la tarea de suma de vectores $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$, se solicitó a los estudiantes arrastrar el extremo del vector $\vec{u}$. El software, actuando como mediador semiótico, actualizó instantáneamente la posición de $\vec{w}$ y sus valores algebraicos. Esta manipulación dinámica permitió a los alumnos identificar la invarianza de la propiedad aditiva, facilitando la coordinación entre el registro gráfico (flechas) y el registro analítico (coordenadas).

Se diseñó una matriz de ítems espejo para garantizar el isomorfismo metodológico. El pretest se centró en niveles de demanda cognitiva baja, evaluando el reconocimiento intuitivo y la representación básica de magnitudes. Por el contrario, el posttest exigió una mayor demanda cognitiva, enfocándose en la conversión de registros (de gráfico a analítico y viceversa) y la argumentación de procesos. Esta diferencia de demanda justificó el uso de la Ganancia Normalizada de Hake (g) para medir la efectividad real de la instrucción. El isomorfismo entre ambos instrumentos se validó mediante juicio de expertos, conforme al modelo Buelvas, con el fin de asegurar la constancia cognitiva entre las versiones. En particular, el ítem 2 del posttest

(pregunta de argumentación basada en vectores libres) se orientó a evaluar la aprehensión operativa (y no únicamente la perceptiva) al exigir el uso del Drag Test como herramienta de argumentación; por su parte, el ítem 4 (análisis de invarianza) evaluó la capacidad de conversión del registro gráfico (perpendicularidad entre vectores) al registro analítico (producto escalar igual a cero). La recolección cualitativa se realizó mediante el análisis de las trazas de construcción en los archivos .ggb y el registro de la coordinación de registros semióticos de acuerdo con la teoría de Duval.

Procedimiento

El estudio se ejecutó en tres fases:

Fase de Diagnóstico: Se aplicó el pretest para determinar el estado de los conocimientos previos sobre magnitudes vectoriales.

Fase de Intervención: Se implementó la secuencia didáctica a través de GeoGebra Classroom, lo que facilitó el monitoreo en tiempo real de las producciones de los estudiantes y la identificación de obstáculos epistemológicos durante la construcción.

Fase de Evaluación Final: Se administró el postest para identificar la evolución en la capacidad de tratamiento y conversión entre registros de representación.

Plan de Análisis de Datos

El análisis cuantitativo se realizó mediante estadística descriptiva (medias y desviaciones estándar), la prueba t de Student para muestras relacionadas ($\alpha = 0.05$) para determinar la significancia estadística del cambio entre el pretest y el posttest, y la aplicación de la Ganancia de Hake para cuantificar la mejora relativa. El análisis cualitativo se centró en la identificación de los procesos de conversión y tratamiento entre registros semióticos. La validez de las construcciones geométricas se verificó mediante la observación de la invarianza de las propiedades vectoriales bajo movimiento dinámico durante las sesiones de laboratorio.

Consideraciones Éticas

La investigación contó con la aprobación institucional y la gestión de consentimientos informados firmados por los representantes legales. Se obtuvo el asentimiento voluntario de los estudiantes, garantizando la confidencialidad de los datos personales y el manejo ético de la información durante todas las etapas del proceso investigativo. Adicionalmente, los representantes legales autorizaron de forma explícita el uso de fotografías del aula y de las sesiones de trabajo con fines de difusión académica y publicación científica, en el marco del respeto a la identidad y dignidad de los estudiantes participantes.

Análisis de Resultados

La presentación de los resultados se articula en función del impacto de la secuencia didáctica Exploración Dinámica de Vectores en el Plano, sobre la muestra representativa de 107 estudiantes de primero de bachillerato, derivada de una población total de 148 alumnos. Se integran datos cuantitativos de la ganancia de aprendizaje y un análisis cualitativo basado en la observación de la coordinación de registros semióticos mediada por GeoGebra.

Análisis del Desempeño Cognitivo y Ganancia de Hake (g)

Con el propósito de determinar el nivel inicial y final de desempeño en la resolución de problemas vectoriales, se administraron los instrumentos espejo (pretest y postest) a los 107 estudiantes de la muestra. En el pretest, la tasa media de acierto fue del 23.5%, con un predominio de procedimientos analíticos memorizados y de errores en la interpretación espacial. En el postest, aplicado al concluir la intervención, la tasa media de acierto ascendió al 75.9%. La prueba t de Student para muestras relacionadas indicó que esta diferencia fue estadísticamente significativa ($t(106) = 24.26$; $p < .001$). La Tabla 1 resume los estadísticos descriptivos de ambas mediciones.

Tabla 1

Estadísticos descriptivos del desempeño de los estudiantes en el pretest y el postest (n = 107)

Medición	Media de aciertos (%)	DE	Tasa de error (%)
Pretest	2.35 (23.5%)	1.60	76.5
Postest	7.59 (75.9%)	1.79	24.1

Nota: DE = desviación estándar. Ganancia normalizada de Hake $g = 0.68$; $t(106) = 24.26$; $p < .001$; $d = 2.35$. Media y DE expresadas en la escala original (0 a 10 puntos). Elaboración propia.

Para cuantificar el progreso tras la mediación tecnológica, se aplicó la fórmula de la Ganancia Normalizada de Hake:

$$g = \frac{\% \text{ postest} - \% \text{ pretest}}{100 - \% \text{ pretest}}$$

Los resultados arrojaron una ganancia promedio de $g = 0.68$, valor que se ubica en el nivel de ganancia media-alta según la clasificación de Hake. En términos descriptivos, la tasa de error global se redujo del 76.5% en el pretest al 24.1% en el postest, lo que equivale a una reducción relativa del 68.5%, coincidente con la Ganancia Normalizada de Hake ($g = 0.68$). Este cambio se acompañó de un desplazamiento en el tipo de estrategia de resolución registrada: del uso exclusivo del registro analítico-algebraico hacia la coordinación de ambos registros, en la

que el estudiante representó gráficamente la operación antes de ejecutar el cálculo. Coordinación de Registros de Representación Semiótica (TRRS)

El estudio permitió observar cómo GeoGebra facilitó los procesos de conversión entre los registros semióticos definidos por Duval (2006).

A. Registro Gráfico-Geométrico y Mediación Colectiva

El objetivo de la fase inicial fue establecer el conflicto cognitivo entre los registros de representación. Para ello, se utilizó la proyección colectiva de construcciones dinámicas mediante GeoGebra Classroom, frente a la cual los estudiantes observaron y discutieron las propiedades del vector.

Figura 1

Socialización de la secuencia didáctica mediante GeoGebra Classroom.



Nota: Elaboración propia

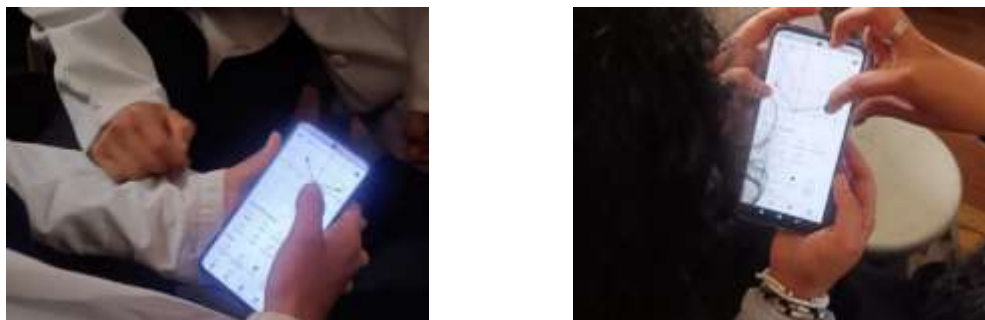
Como se observa en la Figura 1, la mediación comenzó con la visualización del registro gráfico en gran formato. Esto permitió que los estudiantes identificaran al vector no como un par ordenado estático, sino como una entidad con magnitud, dirección y sentido manipulable en tiempo real.

B. Autonomía y Registro Analítico-Algebraico en Dispositivos Móviles

Una vez establecido el concepto gráfico, los estudiantes transitaron hacia la experimentación individual.

Figura 2

Estudiantes en la fase de exploración y conjetura mediante dispositivos móviles.



Nota: Elaboración propia

La Figura 2 ilustra la fase de: Exploración y Conjetura. El uso de dispositivos móviles permitió que el software actuara como un laboratorio de bolsillo, donde el 100% de la muestra ($n=107$) pudo validar sus propias hipótesis sobre la suma de vectores de forma autónoma.

C. Evidencia del Proceso de Conversión Semiótica

El propósito de esta fase fue documentar el logro de la conversión entre registros. En la TRRS, la conversión ocurre cuando el sujeto transforma una representación de un registro (gráfico) a otro (algebraico) sin perder el significado del objeto matemático, mientras que el tratamiento corresponde a las transformaciones efectuadas dentro de un mismo registro. La distinción entre ambos procesos orientó el análisis de las producciones estudiantiles.

Figura 3

Visualización simultánea de los registros gráfico y analítico en la interfaz de GeoGebra.



Nota: Elaboración propia

En la Figura 3 se observa el uso de la pantalla táctil para modificar el vector en el plano cartesiano. Al realizar este movimiento, la vista algebraica se actualizó de manera instantánea. En las producciones estudiantiles se registró que una transformación efectuada en el registro gráfico (el deslizamiento del extremo de la flecha, que modificó su longitud y dirección) provocó un cambio correlativo e inmediato en el registro algebraico (la actualización de las coordenadas

de las componentes en la vista de álgebra). Por ejemplo, al configurar los deslizadores de magnitud y ángulo en $m = 7.8$ y $\alpha = 16^\circ$, el extremo del vector se ubicó en el punto (7.50, 2.15), valor que la vista algebraica reprodujo de manera exacta e instantánea. Esta correspondencia exacta entre ambos registros permitió a los estudiantes contrastar las respuestas erróneas que habían formulado en el pretest con la evidencia dinámica del software, resolviendo el conflicto cognitivo planteado en la fase inicial.

El Drag Test y la Gestión del Error

El objetivo de esta tarea fue validar la conservación de las propiedades vectoriales bajo movimiento. Para ello, se solicitó a los estudiantes ejecutar el Drag Test (prueba de arrastre) sobre sus construcciones y observar el comportamiento del software ante modificaciones y errores procedimentales.

Figura 4

Retroalimentación inmediata del software ante errores procedimentales.



Nota: Elaboración propia

Como se evidencia en la Figura 4, el sistema alertó sobre: asignaciones ilegales o errores de construcción. Estos avisos motivaron a los estudiantes a ejecutar el Drag Test para verificar las propiedades de sus vectores, lo que se tradujo en una dinámica de trabajo basada en el ensayo y error controlado y en la gestión autónoma del error como andamiaje cognitivo.

Validación de la Propuesta Didáctica

En la evaluación final, la tasa media de acierto ascendió al 75.9% (frente al 23.5% del pretest), diferencia estadísticamente significativa ($t(106) = 24.26$; $p < .001$; $d = 2.35$). En conjunto, 103 de los 107 estudiantes (96.3%) mostraron una mejora en su desempeño respecto de la medición diagnóstica inicial.

Durante las sesiones se registró que los estudiantes coordinaron de forma simultánea la vista algebraica con la geométrica al resolver las tareas, comportamiento asociado al proceso de

conversión semiótica descrito en el marco teórico. La Figura 5 sintetiza visualmente los principales indicadores del proceso.

Figura 5

Síntesis de la transición del registro estático al registro dinámico observada tras la mediación con GeoGebra



Nota: Elaboración propia.

Discusión

El análisis del impacto de la secuencia didáctica para la Exploración Dinámica de Vectores en el Plano, demuestra de manera contundente la efectividad de la geometría dinámica como motor de transformación cognitiva en el bachillerato. El hallazgo cuantitativo principal, representado por una Ganancia Normalizada de Hake de 0.68 (ganancia media-alta), una diferencia pretest-postest estadísticamente significativa ($t(106) = 24.26$; $p < .001$; $d = 2.35$) y una reducción de la tasa de error global de 76.5% a 24.1% (reducción relativa del 68.5%, coincidente con la Ganancia Normalizada de Hake, $g = 0.68$), proporciona un sustento estadístico sólido que valida la intervención pedagógica. Estos resultados guardan una estrecha concordancia con las evidencias presentadas por González Rojas y Quishpe Solano (2024), quienes sostienen que la inclusión de GeoGebra incide de forma directa y positiva en el rendimiento académico dentro de las ciencias exactas. Asimismo, la marcada evolución del 23.5% al 75.9% en la tasa de aciertos complementa la tesis de Guacho Tixi (2024), ampliando dicho vacío del conocimiento al demostrar que el progreso no es fortuito, sino el resultado directo de una secuenciación didáctica orientada específicamente a la articulación conceptual.

Desde una perspectiva epistemológica y teórica, el valor fundamental de esta investigación reside en la superación de la fractura cognitiva descrita por Duval (2006). En el

diagnóstico inicial (pretest), los estudiantes evidenciaron un arraigo hacia los métodos mecánicos y algebraicos aislados, lo que confirmaba las limitaciones de la enseñanza tradicional para dotar de significado espacial a los vectores. Al introducir GeoGebra Classroom, el software operó bajo el principio de la génesis instrumental, mutando de un artefacto tecnológico pasivo a un verdadero instrumento cognitivo articulador. El núcleo de este fenómeno cualitativo se observó durante el transcurso de las sesiones 1 y 2, donde la co-presencia del registro gráfico-geométrico (flechas en el plano) y el registro analítico-algebraico (coordenadas componentes) en una misma interfaz táctil forzó la coordinación semiótica simultánea.

Un aspecto crítico digno de debate es el rol de la autonomía y el manejo del error a través del *Drag Test* (prueba de arrastre). Mientras que las metodologías tradicionales penalizan el error procedimental incrementando la ansiedad del alumno, la manipulación interactiva en dispositivos móviles funcionó como un laboratorio de bolsillo. Al arrastrar los extremos de los vectores y observar la variación simultánea e instantánea de los valores en la vista algebraica, los estudiantes validaron o descartaron de forma autónoma sus propias conjeturas sobre las propiedades aditivas y escalares. Tal como señalan Huamán Intiquilla (2025) y Arellano-Gastiabur et al. (2026), los entornos dinámicos preparan el terreno cognitivo para la transmutación del pensamiento concreto al abstracto, un factor clave tanto para entornos presenciales como para modalidades de educación remota o híbrida. Por consiguiente, los datos aquí discutidos permiten afirmar que la mediación tecnológica no debe plantearse como un mero recurso accesorio de ilustración, sino como el eje central de un diseño macro-instruccional que faculta al estudiante para ver el álgebra y calcular la geometría en tiempo real.

Conclusiones

La secuencia didáctica mediada por GeoGebra demostró un impacto altamente positivo en la comprensión de las magnitudes vectoriales, elevando la tasa media de acierto del 23.5% en el pretest al 75.9% en el posttest, con 103 de los 107 estudiantes (96.3%) mostrando mejora en su desempeño. Estadísticamente, la intervención se validó mediante una Ganancia Normalizada de Hake de 0.68, posicionando la estrategia en un rango de ganancia media-alta y reduciendo la tasa de error global de 76.5% a 24.1% (reducción relativa del 68.5%, coincidente con la Ganancia Normalizada de Hake, $g = 0.68$) en comparación con los métodos estáticos tradicionales.

Se comprobó que el software interactivo actúa como un puente semiótico eficiente que mitiga la incapacidad cognitiva de conversión entre registros. La visualización dinámica y la simultaneidad de las pantallas de GeoGebra permitieron a los alumnos coordinar con éxito el registro gráfico (la representación geométrica espacial) y el registro analítico-algebraico (componentes y módulos simbólicos), superando la mera repetición memorística de fórmulas algebraicas.

La incorporación de la prueba de arrastre (Drag Test) y la retroalimentación inmediata dentro de la secuencia pedagógica reconfiguraron la gestión del error en el aula. Al convertir la pantalla táctil en un entorno de experimentación y conjetura en tiempo real, se fomentó el aprendizaje autónomo y se proveyó un andamiaje cognitivo vital para que los estudiantes asimilaran la invarianza de las propiedades vectoriales mediante el ensayo controlado.

La alineación de la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) con herramientas como GeoGebra Classroom demostró que es viable elevar el rigor técnico en la educación media ecuatoriana. Esta experiencia no solo optimiza el rendimiento académico inmediato, sino que además dota al estudiante de competencias tecnológicas transversales y de una capacidad de visualización espacial crítica, esenciales para su posterior inserción y éxito en carreras de ingeniería y ciencias exactas

Referencias Bibliográfica

- Arellano-Gastiabur, C. S., Noblecilla-Calderón, E. L., & Naranjo-Vaca, G. E. (2026). GeoGebra as a didactic resource to enhance the learning of geometry in seventh grade. *Revista científica Sociedad & Tecnología*, 14. <https://doi.org/10.51247/st.v9i1.79>
- Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- González Rojas, C. M., & Quishpe Solano, R. (2024). *GeoGebra en el aprendizaje de operaciones con vectores y su incidencia en el rendimiento académico en los estudiantes de segundo año de bachillerato* [Trabajo de titulación de maestría, Universidad Técnica Particular de Loja]. Repositorio Institucional UTPL. <https://dspace.utpl.edu.ec/handle/123456789/57038>
- Guacho Tixi, M. E. (2024). *Aplicación del software GeoGebra como estrategia didáctica para el aprendizaje de operaciones con vectores en los estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Isabel de Godín-Riobamba* [Trabajo de titulación de maestría, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo]. Repositorio Institucional ESPOCH. <https://dspace.esPOCH.edu.ec/items/89b7656c-2af2-4b4b-b057-37dfe1626178>
- Guachún Lucero, P., & Espadero Faicán, G. (2021). El software GeoGebra como recurso para la enseñanza de vectores: Una experiencia didáctica. *REMATEC*, 16(37), 46–60. <https://doi.org/10.37084/rematec.1980-3141.2021.n37.p46-60.id315>
- Huamán Intiquilla, R. (2025). GeoGebra en el entorno educacional básica: una revisión sistemática. *Horizontes. Revista de Investigación En Ciencias de La Educación*, 9(39), 3194–3210. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v9i39.1112>
- Rosales Guamán, A. V., Cuenca Cumbicos, K. M., Morocho Palacios, H. F., & Tapia Peralta, S. R. (2023). El uso de simuladores en línea para la enseñanza de la física: una herramienta educativa efectiva. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3), 1488–1496. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.6291
-